1ª Questão: a) Determine os sinais $x_p[n]$ par e $x_i[n]$ ímpar tais que $x[n] = 3\delta[n+1] - \delta[n] + \delta[n-1]$ possa ser escrito como $x[n] = x_p[n] + x_i[n]$. b) Determine e esboce o sinal $y[n] = x[2-n]$

$$x_p[n] = 2\delta[n+1] - \delta[n] + 2\delta[n-1], \quad x_i[n] = \delta[n+1] - \delta[n-1]$$

$$y[n] = \delta[n-1] - \delta[n-2] + 3\delta[n-3]$$

2ª Questão: Determine e esboce a saída $y[n]$ do sistema linear invariante no tempo cuja resposta ao impulso é dada por $h[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2]$ quando a entrada é $x[n] = \delta[n+2] + \delta[n+1] - \delta[n]$

$$y[n] = \delta[n+2] + 2\delta[n+1] + \delta[n] - \delta[n-2]$$

3ª Questão: a) Determine a função de transferência do sistema linear invariante no tempo causal ($x[n]$ é entrada, $y[n]$ é saída) descrito pela equação a diferenças

$$y[n+1] + y[n] = x[n+1]$$

b) Determine a solução forçada $y_f[n]$ para a entrada $x[n] = (2^n) \times (3^{n+1})$

$$H(z) = \frac{z}{z+1}, \quad x[n] = 3 \times 6^n \;\rightarrow\; y_f[n] = H(6)3 \times 6^n = \frac{18}{7} \times 6^n$$

4ª Questão: Determine a sequência $x[n]$ cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{9z - z^2}{z^2 + 2z - 3} = \frac{9z - z^2}{(z-1)(z+3)}, \quad |z| > 3$$

$$X(z) = 2\frac{z}{z-1} - 3\frac{z}{z+3}, \quad x[n] = (2(1^n) - 3(-3)^n)u[n]$$

5ª Questão: a) Determine a resposta ao impulso $h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$ do sistema discreto dado por

$$y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2^{k-n-1} x[k] u[n-k]$$

b) Classifique quanto à linearidade, invariância no tempo e BIBO-estabilidade (justifique a resposta)

$$h[n] = 2^{-n-1} u[n]$$

Como $y[n] = x[n] * h[n]$, o sistema é linear e invariante no tempo. É BIBO-estável, pois a resposta ao impulso é absolutamente somável

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |2^{-n-1} u[n]| = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 1$$

6ª Questão: Determine a sequência $x[n]$ cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{z^2}{(z-3)^3}, \quad |z| < 3$$

$$Y(z) = X(z^{-1}) = \frac{z^{-2}}{(z^{-1}-3)^3} = -\frac{1}{3^3}\frac{z}{(z-1/3)^3}, \quad |z^{-1}| < 3 \Rightarrow |z| > 1/3$$

$$y[n] = -\frac{1}{3^3}\frac{n(n-1)}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} = -\frac{1}{6}n(n-1)\left(\frac{1}{3}\right)^{n} u[n]$$

$$x[n] = y[-n] = -\frac{1}{6}n(n+1)3^n u[-n]$$

7ª Questão: Determine $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} n2^{-n}u[n]$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} n2^{-n}u[n] = \mathcal{Z}\{n2^{-n}u[n]\}\Big|_{z=1} = \left(-z\frac{d}{dz}\right)\mathcal{Z}\{2^{-n}u[n]\}\Big|_{z=1} = \frac{z}{2(z-0.5)^2}\Big|_{z=1} = 2$$

8ª Questão: A transformada Z da distribuição de probabilidade da variável aleatória discreta $\mathbb{X}$ é dada por

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{5z - 2z^2}{(z-2)(z-4)}, \quad |z| < 2$$

Determine: a) $\Pr\{\mathbb{X} = 0\}$ b) $\Pr\{\mathbb{X} = 1\}$

$$\Pr\{\mathbb{X} = 0\} = 0, \quad \Pr\{\mathbb{X} = 1\} = \frac{5}{8}$$

9ª Questão: Considere o sinal $x[n] = 3j + (5j)\cos\Big(5\frac{\pi}{8}n\Big) + 4\,\mathrm{sen}\Big(\frac{\pi}{4}n\Big)$

a) Determine o período fundamental N de $x[n]$: $N = 16$
b) Determine os coeficientes c_k, $k = 0, \ldots, N-1$ da série exponencial de Fourier de $x[n]$

$$c_0 = 3j,\ c_5 = \frac{5j}{2},\ c_{-5} = c_{11} = \frac{5j}{2},\ c_2 = \frac{2}{j}, c_{-2} = c_{14} = \frac{-2}{j}, \quad \text{demais nulos}$$

c) Determine a potência média de $x[n] = 59/2$

10ª Questão: Considere o sinal periódico discreto $x[n]$ dado por

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k8], \quad p[n] = \delta[n+2] + \delta[n+1] - \delta[n-1]$$

e sua representação em série discreta de Fourier. Determine:

a) A expressão dos coeficientes c_k

$$N = 8,\ c_k = \frac{1}{8}\sum_{n=-3}^{5}\Big(\delta[n+2] + \delta[n+1] - \delta[n-1]\Big)\exp\Big(-jk(2\pi/8)n\Big)$$

$$c_k = \frac{1}{8}\Big(\exp(jk\pi/2) + \exp(jk\pi/4) - \exp(-jk\pi/4)\Big)$$

b) O valor de c_0: $c_0 = 1/8$ c) A potência média do sinal: $= 3/8$