Nome: .... **RA:** ....

Obs.: Resolva as questões e justifique as respostas nas folhas de papel almaço, copiando o resultado no espaço apropriado das folhas de questões.

1ª Questão: a) Determine os sinais $x_p[n]$ par e $x_i[n]$ ímpar tais que $x[n] = 3\delta[n+1] - \delta[n] + \delta[n-1]$ possa ser escrito como $x[n] = x_p[n] + x_i[n]$. b) Determine e esboce o sinal $y[n] = x[2-n]$

1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (1.0)	
10) (1.0)	

2ª Questão: Determine e esboce a saída $y[n]$ do sistema linear invariante no tempo cuja resposta ao impulso é dada por $h[n] = \delta[n]+\delta[n-1]+\delta[n-2]$ quando a entrada é $x[n] = \delta[n+2] + \delta[n+1] - \delta[n]$

3ª Questão: a) Determine a função de transferência do sistema linear invariante no tempo causal ($x[n]$ é entrada, $y[n]$ é saída) descrito pela equação a diferenças

$$y[n+1] + y[n] = x[n+1]$$

b) Determine a solução forçada $y_f[n]$ para a entrada $x[n] = (2^n) \times (3^{n+1})$

4ª Questão: Determine a sequência $x[n]$ cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{9z - z^2}{z^2 + 2z - 3} = \frac{9z - z^2}{(z-1)(z+3)}, \quad |z| > 3$$

5ª Questão: a) Determine a resposta ao impulso $h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$ do sistema discreto dado por

$$y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2^{k-n-1} x[k] u[n-k]$$

b) Classifique quanto à linearidade, invariância no tempo e BIBO-estabilidade (justifique a resposta)

6ª Questão: Determine a sequência $x[n]$ cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{z^2}{(z-3)^3}, \quad |z| < 3$$

7ª Questão: Determine $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} n 2^{-n} u[n]$

8ª Questão: A transformada Z da distribuição de probabilidade da variável aleatória discreta $\mathbb{X}$ é dada por

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{5z - 2z^2}{(z-2)(z-4)}, \quad |z| < 2$$

Determine: a) $\Pr\{\mathbb{X} = 0\}$ $\boxed{}$ b) $\Pr\{\mathbb{X} = 1\}$ $\boxed{}$

9ª Questão: Considere o sinal $x[n] = 3j + (5j)\cos\left(5\frac{\pi}{8}n\right) + 4\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{4}n\right)$

a) Determine o período fundamental N de $x[n]$: $\boxed{}$

b) Determine os coeficientes c_k, $k = 0, \ldots, N-1$ da série exponencial de Fourier de $x[n]$

$\boxed{}$

c) Determine a potência média de $x[n]$ $\boxed{}$

10ª Questão: Considere o sinal periódico discreto $x[n]$ dado por

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k8], \quad p[n] = \delta[n+2] + \delta[n+1] - \delta[n-1]$$

e sua representação em série discreta de Fourier. Determine:

a) A expressão dos coeficientes c_k

$\boxed{}$

b) O valor de c_0 $\boxed{}$ c) A potência média do sinal $\boxed{}$

Convolução: $x_1[n] * x_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1[k]x_2[n-k] \quad , \quad x[n] * \delta[n] = x[n] \quad , \quad x[n] * \delta[n-m] = x[n-m]$

SLIT

$\Rightarrow \; y[n] = x[n]*h[n] \; , \; h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\} \; , \; y[n] = z^n * h[n] = H(z)z^n \; , \; H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k} = \mathcal{Z}\{h[n]\}$

Resp. em freqüência:
$M(\omega)\exp(j\phi(\omega)) = H(z = \exp(j\omega)) \quad , \quad h[n]$ real , $x[n] = \cos(\omega n) \quad \Rightarrow \quad y[n] = M(\omega)\cos(\omega n + \phi(\omega))$

$$\mathcal{Z}\{a^n u[n]\} = \frac{z}{z-a} \; , \; |z| > |a| \quad , \quad \mathcal{Z}\{-a^n u[-n-1]\} = \frac{z}{z-a} \; , \; |z| < |a|$$

$$\mathcal{Z}\{na^{n-1}u[n]\} = \frac{z}{(z-a)^2} \; , \; |z| > |a| \quad , \quad \mathcal{Z}\{-na^{n-1}u[-n]\} = \frac{z}{(z-a)^2} \; , \; |z| < |a|$$

$$\mathcal{Z}\{x[n]\} = X(z), z \in \Omega_x \; \Leftrightarrow \; \mathcal{Z}\{x[-n]\} = X(z^{-1}), z^{-1} \in \Omega_x \quad , \quad \mathcal{Z}\{x_1[n] * x_2[n]\} = \mathcal{Z}\{x_1[n]\}\mathcal{Z}\{x_2[n]\}$$

$$\mathcal{Z}\{n^m x[n]\} = \left(-z\frac{d}{dz}\right)^m X(z) \quad , \quad \sum_{k=-\infty}^{+\infty} k^m x[k] = \mathcal{Z}\{n^m x[n]\}\Big|_{z=1} \; , \; 1 \in \Omega_x \; , \; m \in \mathbb{N}$$

$$\mathcal{Z}\{y[n] = x[n-m]u[n-m]\} = z^{-m}\mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} \quad , \quad m \in \mathbb{Z}_+ \; , \; \Omega_y = \Omega_x$$

$$\mathcal{Z}\{x[n+m]u[n]\} = z^m\Big(\mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} - \sum_{k=0}^{m-1} x[k]z^{-k}\Big) \; , \; m \in \mathbb{Z}_+$$

$$\mathcal{Z}\left\{\begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix} a^{n-m}u[n]\right\} = \frac{z}{(z-a)^{m+1}} \; , \; |z| > |a| \; , \; m \in \mathbb{N} \quad , \quad \mathcal{Z}\{na^n u[n]\} = \frac{az}{(z-a)^2} \; , \; |z| > |a|$$

$$\mathcal{Z}\left\{\begin{pmatrix} n+m \\ m \end{pmatrix} a^n u[n]\right\} = (1 - az^{-1})^{-(m+1)} = \frac{z^{m+1}}{(z-a)^{m+1}} \; , \; m \in \mathbb{N} \; , \; |z| > |a|$$

$x[0] = \lim_{|z| \to +\infty} X(z)$, Ω_x exterior de um círculo $\quad , \quad x[+\infty] = \lim_{z \to 1}(z-1)X(z) \; , \; |z| > \rho \; , \; 0 < \rho \leq 1$

$$G_{\mathbb{X}}(z) = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \mathcal{Z}\{p[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[k]z^k = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Pr\{\mathbb{X} = k\}z^k$$

Seqüências $p[n]$ à direita do 0: $\quad G_{\mathbb{X}}(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!}\frac{d^n}{dz^n}G_{\mathbb{X}}(z)\Big|_{z=0} z^n$

$$\mathcal{E}\{\mathbb{X}\} = \sum_k kp[k] \quad , \quad \sigma_{\mathbb{X}}^2 = \mathcal{E}\{\mathbb{X}^2\} - \mathcal{E}\{\mathbb{X}\}^2 \quad , \quad \mathcal{E}\{\mathbb{X}^m\} = \left(\frac{zd}{dz}\right)^m \mathcal{Z}\{p[n]\}\Big|_{z=1}$$

$\mathbb{X}$, $\mathbb{Y}$ var. aleatórias independentes $\quad \Rightarrow \quad \mathcal{E}\{z^{(\mathbb{X}+\mathbb{Y})}\} = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\}\mathcal{E}\{z^{\mathbb{Y}}\}$

$x[n] = \exp(j\beta n)$ periódica $\Leftrightarrow \; \beta = 2\pi\frac{p}{q} \quad , \quad p, q \in \mathbb{Z}$

$x[n] = \sum_{k \in \bar{N}} c_k \exp\left(jk\frac{2\pi}{N}n\right) \; , \; c_k = \frac{1}{N}\sum_{n \in \bar{N}} x[n]\exp\left(-jk\frac{2\pi}{N}n\right) \quad , \quad \bar{N}$ conj. de N inteiros consecutivos

$\frac{1}{N}\sum_{n \in \bar{N}} |x[n]|^2 = \sum_{k \in \bar{N}} |c_k|^2$ (potência média)