1ª Questão: Determine a transformada de Fourier $\mathcal{F}\{\mathrm{Tri}_4(t)\}$, sendo

$$T\ \mathrm{Tri}_{2T}(t) = (t+T)G_T(t+T/2) + (-t+T)G_T(t-T/2)$$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Tri}_4(t)\} = 2\mathrm{Sa}^2(\omega) = \frac{1}{2(j\omega)^2}\big(\exp(j2\omega) - 2 + \exp(-j2\omega)\big)$$
$$= 2\left(\omega\cos(\omega) + (j\omega - 1)\mathrm{sen}(\omega)\right)\frac{\exp(j\omega)}{\omega^2} + 4\mathrm{Sa}(\omega)\cos(\omega) - 2\left(\omega\cos(\omega) + (-j\omega - 1)\mathrm{sen}(\omega)\right)\frac{\exp(-j\omega)}{\omega^2}$$

2ª Questão: Determine a transformada de Fourier $\mathcal{F}\{\cos(10t)G_4(t)\}$

$$\mathcal{F}\{\cos(10t)G_4(t)\} = \frac{1}{2\pi}(\pi\delta(\omega-10) + \pi\delta(\omega+10)) * 4\mathrm{Sa}(2\omega) = 2\mathrm{Sa}(2\omega-20) + 2\mathrm{Sa}(2\omega+20)$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\exp(j2(10-\omega)) - \exp(-j2(10-\omega))}{j(10-\omega)} + \frac{\exp(j2(10+\omega)) - \exp(-j2(10+\omega))}{j(10+\omega)}\right)$$

3ª Questão: Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{Sa}(2t)\mathrm{Sa}(3t)dt$$

$$I = \mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(2t)\mathrm{Sa}(3t)\}\Big|_{\omega=0} = \frac{1}{2\pi}\big(\frac{\pi}{2}G_4(\omega) * \frac{\pi}{3}G_6(\omega)\big)\Big|_{\omega=0}$$

$$I = \frac{\pi}{12}\int_{-\infty}^{+\infty} G_4(\beta)G_6(-\beta)d\beta = \frac{\pi}{12}\int_{-2}^{2} d\beta = \frac{\pi}{3}$$

4ª Questão: Determine o sinal $x(t)$ cuja transformada de Fourier é dada por $X(\omega) = G_2(\omega+1)$

$$\mathcal{F}\{X(t)\} = \mathcal{F}\{G_2(t+1)\} = 2\mathrm{Sa}(\omega)\exp(j\omega) = 2\pi x(-\omega)$$
$$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{\pi}\mathrm{Sa}(t)\exp(-jt) = \frac{1}{\pi}\left(\frac{\exp(jt) - \exp(-jt)}{2j}\right)\frac{\exp(-jt)}{t} = \frac{1 - \exp(-j2t)}{2\pi jt}$$

5ª Questão: a) Determine o valor máximo do intervalo $T < T_{max}$ entre amostras para que o sinal $x(t) = \mathrm{Sa}(t)\mathrm{Sa}(2t)$ seja recuperado sem erro a partir do sinal amostrado $x(kT)$.

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi}(\pi G_2(\omega)) * (\frac{\pi}{2}G_4(\omega)), \quad \omega_M = 3 \quad \Rightarrow \quad B = 3/(2\pi) \ \ , \ \ T < \pi/3$$

b) Considere $x(t)$ um sinal limitado em frequência cuja máxima frequência é $\pi/2$ rad/s. Determine a expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\delta(t-k)$$

$$T = 1\ ,\ \omega_0 = 2\pi, \quad H(j\omega) = G_{2\pi}(\omega)$$

6ª Questão: Determine a transformada de Laplace de

$$x(t) = t\cos(10t)\exp(-5t)u(t)$$

$$X(s) = (-1)\frac{d}{ds}\left(\frac{s+5}{(s+5)^2+100}\right) = \frac{(s+5)^2-100}{((s+5)^2+100)^2} = \frac{s^2+10s-75}{(s^2+10s+125)^2}$$

7ª Questão: Determine a transformada inversa de Laplace de

$$X(s) = \frac{s+15}{s^2-9} \quad , \quad -3 < \mathrm{Re}(s) < 3$$

$$X(s) = \frac{s+15}{s^2-9} = \frac{-2}{s+3} + \frac{3}{s-3}, \quad x(t) = -2\exp(-3t)u(t) - 3\exp(3t)u(-t)$$

8ª Questão: Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} th(t)dt$$

sendo $h(t)$ a resposta ao impulso causal do sistema linear invariante no tempo dado por

$$\ddot{y}(t) + 5\dot{y}(t) + 6y(t) = x(t-5)$$

$$H(s) = \frac{\exp(-5s)}{s^2+5s+6}, \quad I = -\frac{d}{ds}H(s)\Big|_{s=0} = \frac{35}{36}$$

9ª Questão: Determine a transformada de Laplace $X(s)$ e o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = \mathrm{Tri}_2(t-1)$$

$$X(s) = \frac{1}{s^2}\big(1 - 2\exp(-s) + \exp(-2s)\big), \quad s \neq 0$$

10ª Questão: Determine L_1 e C_2 e L_3 (em função de R e ω_c) para que o sistema descrito pela equação diferencial

$$(p^3 L_1 C_2 L_3 + p^2 2 L_1 C_2 R + p(L_1 + L_3) + 2R)y = 2Rx$$

seja um filtro de Butterworth de terceira ordem, isto é, satisfaça a função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{D(\lambda)} \quad , \quad D(\lambda) = \lambda^3 + 2\lambda^2 + 2\lambda + 1 \quad , \quad \lambda = \frac{s}{\omega_c} \quad , \quad R \text{ e } \omega_c \text{ dados}$$

$$H(s) = \frac{2R/(L_1C_2L_3)}{s^3 + (2R/L_3)s^2 + (L_1+L_3)/(L_1C_2L_3)s + 2R/(L_1C_2L_3)} = \frac{\omega_c^3}{s^3 + 2\omega_c s^2 + 2\omega_c^2 s + \omega_c^3}$$

$$L_3 = \frac{R}{\omega_c}, \quad L_1 = \frac{3R}{\omega_c}, \quad C_2 = \frac{2}{3R\omega_c}$$