1ª Questão: Determine a expressão (em termos de impulsos e impulsos deslocados) e esboce $x[n]$ para

$$x[n] = (u[n] - u[n-2]) * (u[n] - u[n+2])$$

$$x[n] = (\delta[n] + \delta[n-1]) * (- \delta[n+2] - \delta[n+1]) = -\delta[n+2] - 2\delta[n+1] - \delta[n]$$

2ª Questão: Considere o sistema discreto dado por

$$y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\} = \max_{k\in\{n-1,n,n+1\}} |x[k]|$$

Classifique o sistema, justificando a resposta, quanto a:
a) Linear ou não linear; b) causal ou não causal

Sistema não linear (máximo do módulo de uma combinação linear não é igual à combinação linear dos máximos de cada sinal); não causal (depende do futuro)

3ª Questão: a) Determine a função de transferência do sistema linear invariante no tempo causal ($x[n]$ é entrada, $y[n]$ é saída) cuja resposta ao impulso $h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$ é dada por

$$h[n] = 5(2)^{-n}u[n]$$

$$h[n] = 5(0.5)^2 u[n], \quad H(z) = 5\frac{z}{z-0.5} = \frac{10z}{2z-1}, \; |z| > 0.5$$

b) Determine a solução forçada para a entrada $x[n] = 20$

$$x[n] = 20(1)^n, \quad y_f[n] = 20H(1)(1)^n = 200$$

4ª Questão: A sequência $x[n]$ vale zero para $n < 0$ e tem transformada Z dada por

$$X(z) = \frac{5z^2}{(4z-1)^2}, \quad |z| > 1/4$$

Determine: a) $x[0] = 5/16$ b) $\displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} kx[k] = \frac{10}{27}$

$$\left(-z\frac{d}{dz}\right) X(z) = -z\left(\frac{10z}{(4z-1)^2} - \frac{2(5z^2)(4)}{(4z-1)^3}\right) = -z\left(-10\frac{z}{(4z-1)^3}\right)$$

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} kx[k] = \left(-z\frac{d}{dz}\right) X(z)\Big|_{z=1} = \frac{10}{27}$$

5ª Questão: a) Determine a resposta ao impulso $h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$ do sistema discreto dado por

$$y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \exp(n-k)x[k]u[n-k]$$

a) $h[n] = \exp(n)u[n]$

b) O sistema é BIBO-estável ou não? Justifique. Não BIBO, pois $\exp(n)u[n]$ não é absolutamente somável

6ª Questão: Determine a sequência $x[n]$ cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{z^2 + 8z}{z^2 + 6z + 8} = \frac{z^2 + 8z}{(z+2)(z+4)}, \quad 2 < |z| < 4$$

$$X(z) = \frac{3z}{z+2} + \frac{-2z}{z+4}, \quad 2 < |z| < 4$$
$$\Rightarrow x[n] = 3(-2)^n u[n] + 2(-4)^n u[-n-1]$$

7ª Questão: Determine o valor final $\lim_{n\to+\infty} x[n]$ da sequência cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{4z^2 - 3z}{z^3 - z^2 + z - 1} = \frac{4z^2 - 3z}{(z^2+1)(z-1)}, \quad |z| > 1$$

Não existe valor final, pois $X(z)$ possui pólos em $\pm j$

8ª Questão: As transformadas Z das distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias discretas independentes $\mathbb{X}$ e $\mathbb{Y}$ são dadas respectivamente por

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{2}{3-z}, \ |z| < 3, \quad \mathcal{E}\{z^{\mathbb{Y}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{Y} = k\} = \frac{4}{5-z}, \ |z| < 5$$

Determine:
a) A transformada Z da distribuição de probabilidade da variável aleatória discreta $\mathbb{W} = \mathbb{X} + \mathbb{Y}$

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{W}}\} = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}+\mathbb{Y}}\} = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\}\mathcal{E}\{z^{\mathbb{Y}}\} = \frac{8}{(3-z)(5-z)} = \frac{8}{z^2 - 8z + 15}, \ |z| < 3$$

b) $\Pr\{\mathbb{W} = 1\} = 64/(15^2) = 64/225$ c) $\mathcal{E}\{\mathbb{W}\} = \sum_k k \Pr\{\mathbb{W} = k\} = 3/4$

9ª Questão: Considere o sinal $x[n] = 2j + 3\cos\Big(3\frac{\pi}{5}n + \frac{\pi}{4}\Big) + 5\,\mathrm{sen}\Big(2\frac{\pi}{5}n\Big)$

a) Determine o período fundamental N de $x[n]$: $N = 10$

b) Determine os coeficientes c_k, $k = 0, \ldots, N-1$ da série exponencial de Fourier de $x[n]$

$$c_0 = 2j, \ c_3 = \frac{3}{2}\exp(j\pi/4), \ c_{-3} = c_7 = \frac{3}{2}\exp(-j\pi/4), \ c_2 = \frac{5}{2j}, c_{-2} = c_8 = \frac{-5}{2j}, \quad \text{demais nulos}$$

c) Determine a potência média de $x[n]$: 21

10ª Questão: Considere o sinal periódico discreto $x[n]$ dado por

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k5], \quad p[n] = q[3-n], \quad q[n] = \delta[n-3] + \delta[n-4] + \delta[n-5]$$

e sua representação em série discreta de Fourier. Determine:

a) A expressão dos coeficientes c_k

$$p[n] = \delta[n+2] + \delta[n+1] + \delta[n]$$

$$N = 5, \ c_k = \frac{1}{5}\sum_{n=-3}^{1}\Big(\delta[n+2] + \delta[n+1] + \delta[n]\Big)\exp\Big(-jk(2\pi/5)n\Big) = \frac{1}{5}\left(\exp(jk4\pi/5) + \exp(jk2\pi/5) + 1\right)$$

b) O valor de $c_0 = 3/5$ c) A potência média do sinal $= 3/5$