

Nome:

RA:

Obs.: Resolva as questões e justifique as respostas nas folhas de papel almaço, copiando o resultado no espaço apropriado das folhas de questões.

1ª Questão: Determine a expressão (em termos de impulsos e impulsos deslocados) e esboce $x[n]$ para

$$x[n] = (u[n + 3] - u[n]) * 2(u[n - 2] - u[n])$$

1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (1.0)	
10) (1.0)	

2ª Questão: Considere o sistema discreto dado por

$$y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\} = \left| \frac{x[n]}{x[n-1]} \right|$$

Classifique o sistema, justificando a resposta, quanto a:

a) Linear ou não linear; b) BIBO-estável ou não BIBO-estável

3ª Questão: a) Determine a função de transferência do sistema linear invariante no tempo causal ($x[n]$ é entrada, $y[n]$ é saída) cuja resposta ao impulso $h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$ é dada por

$$h[n] = (2(2)^n u[n]) * (3(3)^n u[n])$$

b) Determine a solução forçada para a entrada $x[n] = 5$

4ª Questão: A sequência $x[n]$ vale zero para $n < 0$ e tem transformada Z dada por

$$X(z) = \frac{z^2}{(2z - 1)^3}, \quad |z| > 1/2$$

Determine: a) $x[0]$

b) $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} kx[k]$

5ª Questão: a) Determine a resposta ao impulso $h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\}$ do sistema discreto dado por

$$y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \rho^{n-k} x[k] u[n+1-k], \quad \rho > 0$$

b) O sistema é causal ou não causal? Justifique.

6ª Questão: Determine a sequência $x[n]$ cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{-4z^3 - 11z^2 + 9z}{z^3 + 9z^2 + 24z + 20} = \frac{-4z^3 - 11z^2 + 9z}{(z+2)^2(z+5)}, \quad 2 < |z| < 5$$

7ª Questão: Determine o valor final $\lim_{n \rightarrow +\infty} x[n]$ da sequência cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{3z^2 + 5z}{2z^2 - z - 1} = \frac{3z^2 + 5z}{(2z+1)(z-1)}, \quad |z| > 1$$

8ª Questão: As transformadas Z das distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias discretas independentes \mathbb{X} e \mathbb{Y} são dadas respectivamente por

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{3}{4-z}, \quad |z| < 4, \quad \mathcal{E}\{z^{\mathbb{Y}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{Y} = k\} = \frac{1}{2-z}, \quad |z| < 2$$

Determine:

a) A transformada Z da distribuição de probabilidade da variável aleatória discreta $\mathbb{W} = \mathbb{X} + \mathbb{Y}$

b) $\Pr\{\mathbb{W} = 1\}$

c) $\mathcal{E}\{\mathbb{W}\} = \sum_k k \Pr\{\mathbb{W} = k\}$

9ª Questão: Considere o sinal $x[n] = 2j \exp\left(j\left(\frac{3\pi}{7}n + \frac{\pi}{4}\right)\right) + 3 \sin^2\left(\frac{2\pi}{7}n\right)$

a) Determine o período fundamental N de $x[n]$:

b) Determine os coeficientes c_k , $k = 0, \dots, N - 1$ da série exponencial de Fourier de $x[n]$

c) Determine a potência média de $x[n]$

10ª Questão: Considere o sinal periódico discreto $x[n]$ dado por

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k10], \quad p[n] = q[-2n - 6], \quad q[n] = \delta[n + 6] + 2\delta[n + 4] + \delta[n + 2]$$

e sua representação em série discreta de Fourier. Determine:

a) A expressão dos coeficientes c_k

b) O valor de c_0

c) A potência média do sinal

$$\text{Convolução: } x_1[n] * x_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1[k]x_2[n-k] \quad , \quad x[n] * \delta[n] = x[n] \quad , \quad x[n] * \delta[n-m] = x[n-m]$$

SLIT

$$\Rightarrow y[n] = x[n] * h[n] \quad , \quad h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\} \quad , \quad y[n] = z^n * h[n] = H(z)z^n \quad , \quad H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k} = \mathcal{Z}\{h[n]\}$$

Resp. em frequência:

$$M(\omega) \exp(j\phi(\omega)) = H(z = \exp(j\omega)) \quad , \quad h[n] \text{ real} \quad , \quad x[n] = \cos(\omega n) \Rightarrow y[n] = M(\omega) \cos(\omega n + \phi(\omega))$$

$$\mathcal{Z}\{a^n u[n]\} = \frac{z}{z-a} \quad , \quad |z| > |a| \quad , \quad \mathcal{Z}\{-a^n u[-n-1]\} = \frac{z}{z-a} \quad , \quad |z| < |a|$$

$$\mathcal{Z}\{na^{n-1}u[n]\} = \frac{z}{(z-a)^2} \quad , \quad |z| > |a| \quad , \quad \mathcal{Z}\{-na^{n-1}u[-n]\} = \frac{z}{(z-a)^2} \quad , \quad |z| < |a|$$

$$\mathcal{Z}\{x[n]\} = X(z) \quad , \quad z \in \Omega_x \Leftrightarrow \mathcal{Z}\{x[-n]\} = X(z^{-1}) \quad , \quad z^{-1} \in \Omega_x \quad , \quad \mathcal{Z}\{x_1[n] * x_2[n]\} = \mathcal{Z}\{x_1[n]\}\mathcal{Z}\{x_2[n]\}$$

$$\mathcal{Z}\{n^m x[n]\} = \left(-z \frac{d}{dz}\right)^m X(z) \quad , \quad \sum_{k=-\infty}^{+\infty} k^m x[k] = \mathcal{Z}\{n^m x[n]\} \Big|_{z=1} \quad , \quad 1 \in \Omega_x \quad , \quad m \in \mathbb{N}$$

$$\mathcal{Z}\{y[n] = x[n-m]u[n-m]\} = z^{-m} \mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} \quad , \quad m \in \mathbb{Z}_+ \quad , \quad \Omega_y = \Omega_x$$

$$\mathcal{Z}\{x[n+m]u[n]\} = z^m \left(\mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} - \sum_{k=0}^{m-1} x[k]z^{-k} \right) \quad , \quad m \in \mathbb{Z}_+$$

$$\mathcal{Z}\left\{\binom{n}{m} a^{n-m} u[n]\right\} = \frac{z}{(z-a)^{m+1}} \quad , \quad |z| > |a| \quad , \quad m \in \mathbb{N} \quad , \quad \mathcal{Z}\{na^n u[n]\} = \frac{az}{(z-a)^2} \quad , \quad |z| > |a|$$

$$\mathcal{Z}\left\{\binom{n+m}{m} a^n u[n]\right\} = (1-az^{-1})^{-(m+1)} = \frac{z^{m+1}}{(z-a)^{m+1}} \quad , \quad m \in \mathbb{N} \quad , \quad |z| > |a|$$

$$x[0] = \lim_{|z| \rightarrow +\infty} X(z) \quad , \quad \Omega_x \text{ exterior de um círculo} \quad , \quad x[+\infty] = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)X(z) \quad , \quad |z| > \rho \quad , \quad 0 < \rho \leq 1$$

$$G_{\mathbb{X}}(z) = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \mathcal{Z}\{p[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[k]z^k = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Pr\{\mathbb{X} = k\}z^k$$

$$\text{Seqüências } p[n] \text{ à direita do 0: } \quad G_{\mathbb{X}}(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^n}{dz^n} G_{\mathbb{X}}(z) \Big|_{z=0} z^n$$

$$\mathcal{E}\{\mathbb{X}\} = \sum_k kp[k] \quad , \quad \sigma_{\mathbb{X}}^2 = \mathcal{E}\{\mathbb{X}^2\} - \mathcal{E}\{\mathbb{X}\}^2 \quad , \quad \mathcal{E}\{\mathbb{X}^m\} = \left(\frac{zd}{dz}\right)^m \mathcal{Z}\{p[n]\} \Big|_{z=1}$$

$$\mathbb{X}, \mathbb{Y} \text{ var. aleatórias independentes} \Rightarrow \mathcal{E}\{z^{(\mathbb{X}+\mathbb{Y})}\} = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\}\mathcal{E}\{z^{\mathbb{Y}}\}$$

$$x[n] = \exp(j\beta n) \text{ periódica} \Leftrightarrow \beta = 2\pi \frac{p}{q} \quad , \quad p, q \in \mathbb{Z}$$

$$x[n] = \sum_{k \in \bar{N}} c_k \exp\left(jk \frac{2\pi}{N} n\right) \quad , \quad c_k = \frac{1}{N} \sum_{n \in \bar{N}} x[n] \exp\left(-jk \frac{2\pi}{N} n\right) \quad , \quad \bar{N} \text{ conj. de } N \text{ inteiros consecutivos}$$

$$\frac{1}{N} \sum_{n \in \bar{N}} |x[n]|^2 = \sum_{k \in \bar{N}} |c_k|^2 \quad (\text{potência média})$$