1ª Questão: Determine a transformada de Fourier de $x(t) = tG_2(t+1) + (2-t)G_2(t-1)$

$$X(\omega) = \frac{1}{j\omega}\left(\frac{\exp(j2\omega) - 2 + \exp(-j2\omega)}{j\omega} + 2 - 2\exp(j2\omega)\right)$$

ou

$$X(\omega) = \frac{1}{j\omega}\left(\frac{\exp(j2\omega) - 2 + \exp(-j2\omega)}{j\omega} + 2\exp(-j2\omega) - 2\exp(j2\omega)\right) + 4\mathrm{Sa}(\omega)\exp(-j\omega)$$

2ª Questão: Determine a transformada de Fourier $\mathcal{F}\left\{\dfrac{j8t}{(t^2+4)^2}\right\}$

$$\mathcal{F}\{\exp(-2|t|)\} = \frac{4}{\omega^2+4}, \quad \mathcal{F}\{t\exp(-2|t|)\} = j\frac{d}{d\omega}\left(\frac{4}{\omega^2+4}\right) = \frac{-j8\omega}{(\omega^2+4)^2}$$

$$\mathcal{F}\left\{\frac{j8t}{(t^2+4)^2}\right\} = -2\pi(-\omega)\exp(-2|\omega|) = 2\pi\omega\exp(-2|\omega|)$$

3ª Questão: Determine o valor da integral $I = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{Sa}^2(3t)\mathrm{Sa}(5t)dt$

$$I = \mathcal{F}\{\mathrm{Sa}^2(3t)\mathrm{Sa}(5t)\}\Big|_{\omega=0} = \frac{1}{2\pi}\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}^2(3t)\} * \mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(5t)\}\Big|_{\omega=0} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{2\pi}{6}\mathrm{Tri}_{12}(\omega)\right) * \left(\frac{2\pi}{10}G_{10}(\omega)\right)\Big|_{\omega=0}$$

$$I = \frac{\pi}{30}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Tri}_{12}(\beta)G_{10}(-\beta)d\beta = \frac{\pi}{30}2\int_{-5}^{0}(\beta/6+1)d\beta = \frac{7\pi}{36}$$

4ª Questão: Determine o sinal $x(t)$ cuja transformada de Fourier é dada por $X(\omega) = j\omega G_{10}(\omega)$

$$\mathcal{F}\{jtG_{10}(t)\} = 2\pi x(-\omega) = j\left(j\frac{d}{d\omega}\mathcal{F}\{G_{10}(t)\}\right) = -\frac{d}{d\omega}10\mathrm{Sa}(5\omega) = -10\left(\frac{\cos(5\omega)}{\omega} - \frac{\mathrm{Sa}(5\omega)}{\omega}\right)$$

$$x(t) = \frac{5}{\pi}\left(\frac{\cos(5t)}{t} - \frac{\mathrm{Sa}(5t)}{t}\right) = \frac{5t\cos(5t) - \mathrm{sen}(5t)}{\pi t^2}$$

ou

$$\mathcal{F}\{\dot{y}(t)\} = (j\omega)Y(\omega), \quad \mathcal{F}\left\{y(t) = \frac{5}{\pi}\mathrm{Sa}(5t)\right\} = G_{10}(\omega), \quad x(t) = \dot{y}(t) = \frac{d}{dt}\left(\frac{5}{\pi}\mathrm{Sa}(5t)\right)$$

ou

$$\mathcal{F}\{jtG_{10}(t)\} = 2\pi x(-\omega) = j\left(\frac{1}{j\omega}\left(\frac{\exp(j5\omega) - \exp(-j5\omega)}{j\omega} - 5\exp(-j5\omega) - 5\exp(j5\omega)\right)\right)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi t}\left(-\frac{\exp(j5t) - \exp(-j5t)}{jt} + 5\exp(j5t) + 5\exp(-j5t)\right) = \frac{5}{\pi}\left(\frac{\cos(5t)}{t} - \frac{\mathrm{Sa}(5t)}{t}\right)$$

5ª Questão: a) Determine o valor máximo do intervalo $T < T_{max}$ entre amostras para que o sinal $x(t)$ seja recuperado sem erro a partir do sinal amostrado $x(kT)$, sabendo que

$$X(\omega) = G_{10}(\omega+10) + G_{10}(\omega-10), \quad \omega_M = 15 \quad \Rightarrow \quad B = 15/(2\pi) \quad , \quad T < \pi/15$$

b) Considere $x(t)$ um sinal limitado em frequência cuja máxima frequência é $\pi/10$ rad/s. Determine a expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k8)p(t-k8), \quad p(t) = \mathrm{Tri}_3(t)$$

$$T = 8 \ , \ \omega_0 = 2\pi/8 = \pi/4, \ \ H(j\omega) = \frac{8G_{\pi/4}(\omega)}{1.5\mathrm{Sa}^2(3\omega/4)}$$

6ª Questão: Determine a transformada de Laplace com o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = 3t^3 \exp(-5t)u(-t)$$

$$y(t) = x(-t) = -3t^3\exp(5t)u(t), \quad Y(s) = \frac{-18}{(s-5)^4}, \ \mathrm{Re}(s) > 5, \qquad X(s) = \frac{-18}{(s+5)^4}, \ \mathrm{Re}(s) < -5$$

7ª Questão: Determine a transformada inversa de Laplace de

$$X(s) = \frac{5s^2+13s-24}{(s+2)^2(s-4)} \quad , \quad -2 < \mathrm{Re}(s) < 4$$

$$X(s) = \frac{5s^2+13s-24}{(s+2)^2(s-4)} = \frac{5}{(s+2)^2} + \frac{2}{s+2} + \frac{3}{s-4}, \quad x(t) = (5t+2)\exp(-2t)u(t) - 3\exp(4t)u(-t)$$

8ª Questão: Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} th(t)dt$$

sendo $h(t)$ a resposta ao impulso causal do sistema linear invariante no tempo descrito por

$$\dot{v}_1 = v_2, \quad \dot{v}_2 = -13v_1 - 4v_2 + x, \quad y = 2v_1 + v_2$$

$$H(s) = \frac{s+2}{s^2+4s+13}, \quad I = -\frac{d}{ds}H(s)\Big|_{s=0} = \frac{s^2+4s-5}{(s^2+4s+13)^2}\Big|_{s=0} = -\frac{5}{13^2}$$

9ª Questão: Determine a transformada de Laplace $X(s)$ e o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = \big(1 - \exp(2t)\big)G_4(t-2)$$

$$X(s) = \frac{1}{s}\big(1 - \exp(-4s)\big) + \frac{1}{s-2}\big(\exp(8-4s) - 1\big), \quad \Omega_x = \mathbb{C}$$

10ª Questão: Determine L_1 e C_2 e L_3 (em função de R e ω_c) para que o sistema descrito pela equação diferencial

$$(p^3L_1C_2L_3 + p^2 2L_1C_2R + p(L_1+L_3) + 2R)y = 2Rx$$

seja um filtro de Butterworth de terceira ordem, isto é, satisfaça a função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{D(\lambda)} \quad , \quad D(\lambda) = \lambda^3 + 2\lambda^2 + 2\lambda + 1 \quad , \quad \lambda = \frac{s}{\omega_c} \quad , \quad R \text{ e } \omega_c \text{ dados}$$

$$H(s) = \frac{2R/(L_1C_2L_3)}{s^3 + (2R/L_3)s^2 + (L_1+L_3)/(L_1C_2L_3)s + 2R/(L_1C_2L_3)} = \frac{\omega_c^3}{s^3 + 2\omega_c s^2 + 2\omega_c^2 s + \omega_c^3}$$

$$L_3 = \frac{R}{\omega_c}, \quad L_1 = \frac{3R}{\omega_c}, \quad C_2 = \frac{2}{3R\omega_c}$$