1ª Questão: Determine a transformada de Fourier de $x(t) = -tG_2(t+1) + tG_2(t-1)$

$$X(\omega) = \frac{1}{j\omega}\left(\frac{2 - \exp(j2\omega) - \exp(-j2\omega)}{j\omega} + 2\exp(j2\omega) - 2\exp(-j2\omega)\right)$$

ou

$$x(t) = 2G_4(t) - 2\text{Tri}_4(t), \quad X(\omega) = 8\text{Sa}(2\omega) - 4\text{Sa}^2(\omega)$$

2ª Questão: Determine a transformada de Fourier $\mathcal{F}\left\{\frac{5}{t+5}\right\}$

$$\mathcal{F}\left\{\frac{j}{2}\text{sinal}(t)\right\} = \frac{1}{\omega}, \quad \mathcal{F}\left\{\frac{5}{t}\right\} = 5\pi j\text{sinal}(-\omega)$$

$$\mathcal{F}\left\{\frac{5}{t+5}\right\} = 5\pi j\text{sinal}(-\omega)\exp(j5\omega)$$

3ª Questão: Determine o valor da integral $I = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Sa}(7t)\text{Sa}^2(4t)dt$

$$I = \mathcal{F}\{\text{Sa}(7t)\text{Sa}^2(4t)\}\Big|_{\omega=0} = \frac{1}{2\pi}\mathcal{F}\{\text{Sa}(7t)\} * \mathcal{F}\{\text{Sa}^2(4t)\}\Big|_{\omega=0} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{2\pi}{14}G_{14}(\omega)\right) * \left(\frac{2\pi}{8}\text{Tri}_{16}(\omega)\right)\Big|_{\omega=0}$$

$$I = \frac{\pi}{56}\int_{-\infty}^{\infty} G_{14}(\beta)\text{Tri}_{16}(-\beta)d\beta = \frac{\pi}{56}2\int_0^7 (-\beta/8 + 1)d\beta = \frac{9\pi}{64}$$

4ª Questão: Determine o sinal $x(t)$ cuja transformada de Fourier é dada por $X(\omega) = (\omega/j)G_8(\omega)$

$$\mathcal{F}\{(t/j)G_8(t) = -jtG_8(t)\} = 2\pi x(-\omega) = -j\left(j\frac{d}{d\omega}\mathcal{F}\{G_8(t)\}\right) = \frac{d}{d\omega}8\text{Sa}(4\omega) = 8\left(\frac{\cos(4\omega)}{\omega} - \frac{\text{Sa}(4\omega)}{\omega}\right)$$

$$x(t) = \frac{4}{\pi}\left(\frac{-\cos(4t)}{t} + \frac{\text{Sa}(4t)}{t}\right) = \frac{-4t\cos(4t) + \text{sen}(4t)}{\pi t^2}$$

ou

$$\mathcal{F}\{\dot{y}(t)\} = (j\omega)Y(\omega), \quad \mathcal{F}\left\{y(t) = -\frac{4}{\pi}\text{Sa}(4t)\right\} = G_8(\omega), \quad x(t) = -\dot{y}(t) = \frac{d}{dt}\left(-\frac{4}{\pi}\text{Sa}(4t)\right)$$

ou

$$\mathcal{F}\{-jtG_8(t)\} = 2\pi x(-\omega) = -j\left(\frac{1}{j\omega}\left(\frac{\exp(j4\omega) - \exp(-j4\omega)}{j\omega} - 4\exp(-j4\omega) - 4\exp(j4\omega)\right)\right)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi t}\left(\frac{\exp(j4t) - \exp(-j4t)}{jt} - 4\exp(j4t) - 4\exp(-j4t)\right) = \frac{4}{\pi}\left(\frac{\text{Sa}(4t)}{t} - \frac{\cos(4t)}{t}\right)$$

5ª Questão: Determine o valor máximo do intervalo $T < T_{max}$ entre amostras para que o sinal $x(t)$ seja recuperado sem erro a partir do sinal amostrado $x(kT)$, sabendo que

$$X(\omega) = G_8(\omega) * \big(\delta(\omega+5) + \delta(\omega-5)\big), \qquad \omega_M = 9 \quad \Rightarrow \quad B = 9/(2\pi) \ , \ T < \pi/9$$

b) Considere $x(t)$ um sinal limitado em frequência cuja máxima frequência é $\pi/6$ rad/s. Determine a expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k6)p(t - k6), \quad p(t) = \exp(j2t)\text{Tri}_5(t)$$

$$T = 6 \ , \ \omega_0 = 2\pi/6 = \pi/3, \quad H(j\omega) = \frac{6G_{\pi/3}(\omega)}{2.5\text{Sa}^2(5(\omega-2)/4)}$$

6ª Questão: Determine a transformada de Laplace com o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = \big(t^2\exp(-3t) + t^3\exp(4t)\big)u(-t)$$

$$y(t) = x(-t) = \big(t^2\exp(3t) - t^3\exp(-4t)\big)u(t), \quad Y(s) = \frac{2}{(s-3)^3} - \frac{6}{(s+4)^4}, \ \text{Re}(s) > 3$$

$$X(s) = Y(-s) = \frac{-2}{(s+3)^3} - \frac{6}{(s-4)^4}, \ \text{Re}(s) < -3$$

7ª Questão: Determine a transformada inversa de Laplace de

$$X(s) = \frac{s^2 - 11s - 18}{(s+1)^2(s-2)} \quad , \quad -1 < \text{Re}(s) < 2$$

$$X(s) = \frac{s^2 - 11s - 18}{(s+1)^2(s-2)} = \frac{2}{(s+1)^2} + \frac{5}{s+1} - \frac{4}{s-2}, \quad x(t) = (2t+5)\exp(-t)u(t) + 4\exp(2t)u(-t)$$

8ª Questão: Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} th(t)dt$$

sendo $h(t)$ a resposta ao impulso causal do sistema linear invariante no tempo descrito por

$$\dot{v}_1 = v_2, \quad \dot{v}_2 = -25v_1 - 6v_2 + x, \quad y = 3v_1 + v_2$$

$$H(s) = \frac{s+3}{s^2+6s+25}, \quad I = -\frac{d}{ds}H(s)\Big|_{s=0} = \frac{s^2+6s-7}{(s^2+6s+25)^2}\Big|_{s=0} = -\frac{7}{25^2}$$

9ª Questão: Determine a transformada de Laplace $X(s)$ e o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = \big(1 - \exp(-t)\big)G_2(t-1)$$

$$X(s) = \frac{1}{s}\big(1 - \exp(-2s)\big) + \frac{1}{s+1}\big(\exp(-2s-2) - 1\big), \quad \Omega_x = \mathbb{C}$$

10ª Questão: Determine L_1 e C_2 e L_3 (em função de R e ω_c) para que o sistema descrito pela equação diferencial

$$(p^3 2L_1C_2L_3 + p^2 2L_1C_2R + p(L_1+L_3) + R)y = Rx$$

seja um filtro de Butterworth de terceira ordem, isto é, satisfaça a função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{D(\lambda)} \quad , \quad D(\lambda) = \lambda^3 + 2\lambda^2 + 2\lambda + 1 \quad , \quad \lambda = \frac{s}{\omega_c} \quad , \quad R \text{ e } \omega_c \text{ dados}$$

$$H(s) = \frac{R/(2L_1C_2L_3)}{s^3 + (R/L_3)s^2 + (L_1+L_3)/(2L_1C_2L_3)s + R/(2L_1C_2L_3)} = \frac{\omega_c^3}{s^3 + 2\omega_c s^2 + 2\omega_c^2 s + \omega_c^3}$$

$$L_3 = \frac{R}{2\omega_c}, \quad L_1 = \frac{3R}{2\omega_c}, \quad C_2 = \frac{2}{3R\omega_c}$$