Conhecimentos Necessários

- Números complexos
- Representação de funções
- Integral e derivada
- Resolução de sistemas lineares de equações
- Matrizes e vetores

Notação e Informações Básicas

Número complexo

$$z = \rho \exp(j\theta), \quad \rho > 0, \qquad |z| = \rho, \quad \angle z = \theta$$

Teorema de Euler

$$\exp(j\theta) = \cos(\theta) + j\text{sen}(\theta) \quad , \quad \theta \in \mathbb{R}$$

de Moivre

$$\exp(j\theta)^n = \exp(jn\theta) = \cos(n\theta) + j\text{sen}(n\theta)$$

Degrau $u(t)$ e Gate $G_T(t)$

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} , \qquad G_T(t) = u(t + T/2) - u(t - T/2)$$

Sinais $x(t)$ e $y(t)$ ortogonais

$$x(t) \perp y(t) \quad \Leftrightarrow \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)y^*(t)dt = 0$$

sendo $y^*(t)$ o complexo conjugado de $y(t)$.

a) Verifique que $z_1 = 1 + j$ e $z_2 = 2 - j$ $(j = \sqrt{-1})$ são solução do sistema linear abaixo

$$\begin{cases} (2-j)z_1 + 2z_2 = 7 - j \\ -2jz_1 + (1+j)z_2 = 5 - j \end{cases}$$

b) Verifique que o módulo da função de transferência abaixo tem um máximo $M(\omega_r) = 2/\sqrt{3}$ na freqüência $\omega_r = 1/\sqrt{2}$, para $s = j\omega$.

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

c) Verifique que $a = -1$ e $b = 1$ tornam $x_3(t)$ ortogonal a $x_1(t)$ e a $x_2(t)$, para

$$x_1(t) = G_1(t - 0.5) \quad , \quad x_2(t) = tG_1(t - 0.5) \quad , \quad x_3(t) = (at^2 + bt - \frac{1}{6})G_1(t - 0.5)$$

d) Mostre que o sinal

$$x[n] = 2\exp(n)\text{sen}(2n + \pi/6)$$

pode ser expresso como uma soma de exponenciais complexas

$$x[n] = \exp\big(n + j(2n - \pi/3)\big) + \exp\big(n - j(2n - \pi/3)\big)$$

e) Mostre que o sinal

$$x[n] = 10j\exp\big((3+j)n\big) - 10j\exp\big((3-j)n\big)$$

pode ser expresso como

$$x[n] = \rho\exp(\alpha n)\cos(\omega n + \theta) \quad \rho > 0, \omega > 0$$

com ρ, α, ω e θ reais, dados por

$$x[n] = 20\exp(3n)\cos(n + \pi/2)$$

f) Considere o sistema descrito pela equação a diferenças

$$y[n] = \frac{1}{2}x[n] - \frac{1}{2}x[n-1]$$

com $x[n] = z^n$.
Mostre que o módulo de $y[n]$, para $z = \exp(j\omega)$, é dado por

$$|y[n]| = |j\exp(-j\omega/2)\text{sen}(\omega/2)| = |\text{sen}(\omega/2)|$$

Esboce $|y[n]|$ para ω entre $-\pi$ e $+\pi$.