1ª Questão: Determine a transformada de Fourier
$X(\omega) = \mathcal{F}\{\exp(j2t)\mathrm{Tri}_2(t-2)\}$, sendo

$$\mathrm{Tri}_{2T}(t) = (t/T+1)G_T(t+T/2) + (-t/T+1)G_T(t-T/2)$$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Tri}_2(t)\} = \mathrm{Sa}^2(\omega/2),\ \mathcal{F}\{\mathrm{Tri}_2(t-2)\} = \mathrm{Sa}^2(\omega/2)\exp(-2j\omega) = \frac{\exp(-j\omega) - 2\exp(-j2\omega) + \exp(-j3\omega)}{(j\omega)^2}$$

$$\mathcal{F}\{\exp(j2t)\mathrm{Tri}_2(t-2)\} = \mathrm{Sa}^2\big((\omega-2)/2\big)\exp\big(-2j(\omega-2)\big)$$

2ª Questão: Determine a transformada de Fourier $\mathcal{F}\{t\exp(-t)u(t)\}$

$$\mathcal{F}\{\exp(-t)u(t)\} = \frac{1}{j\omega+1},\ \mathcal{F}\{t\exp(-t)u(t)\} = j\frac{d}{d\omega}\left(\frac{1}{j\omega+1}\right) = \frac{1}{(j\omega+1)^2} = \frac{-1}{(\omega-j)^2} = \frac{-1}{\omega^2-2j\omega-1}$$

3ª Questão: Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{Sa}(2t)x(t)dt, \quad \mathcal{F}\{x(t)\} = \omega^2 G_4(\omega)$$

$$I = \mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(2t)x(t)\}\Big|_{\omega=0} = \frac{1}{2\pi}\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(4t)\} * \mathcal{F}\{x(t)\}\Big|_{\omega=0} = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{\pi}{2}G_4(\omega)\right) * \omega^2 G_4(\omega)\Big|_{\omega=0}$$

$$I = \frac{1}{4}\int_{-\infty}^{\infty} G_4(\beta)\beta^2 G_4(-\beta)d\beta = \frac{1}{4}\int_{-2}^{2}\beta^2 d\beta = \frac{4}{3}$$

4ª Questão: Determine o sinal $x(t)$ cuja transformada de Fourier é dada por
$X(\omega) = (\omega+1)G_1(\omega+0.5)$

$$\mathcal{F}\{X(t)\} = \frac{1}{j\omega}\left(\frac{\exp(j\omega)-1}{j\omega} - 1\right) = 2\pi x(-\omega)$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{jt}\left(1 - \frac{1-\exp(-jt)}{jt}\right) = \frac{1}{2\pi jt}\left(1 - \mathrm{Sa}(t/2)\exp(-jt/2)\right)$$

5ª Questão: a) Determine o valor máximo do intervalo $T < T_{max}$ entre amostras para que o sinal $x(t) = \mathrm{Sa}(5t)\mathrm{Sa}(4t)\mathrm{Sa}(3t)$ seja recuperado sem erro a partir do sinal amostrado $x(kT)$.

$$X(\omega) = \frac{1}{2\pi}(\pi/5G_{10}(\omega)) * (\pi/4G_8(\omega)) * (\pi/3G_6(\omega)), \quad \omega_M = 24/2 = 12 \quad \Rightarrow \quad B = 6/\pi \quad , \quad T < \pi/12$$

b) Considere $x(t)$ um sinal limitado em frequência cuja máxima frequência é $\pi/5$ rad/s. Determine a expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k3)p(t-k3), \quad p(t) = \mathrm{Tri}_1(t)$$

$$T = 3\ ,\ \omega_0 = 2\pi/3, \quad H(j\omega) = \frac{3G_{2\pi/3}(\omega)}{0.5\mathrm{Sa}^2(\omega/4)} = \frac{6G_{2\pi/3}(\omega)}{\mathrm{Sa}^2(\omega/4)}$$

6ª Questão: Determine a transformada de Laplace com o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = t^2 \exp(2t)u(-t)$$

$$y(t) = x(-t) = t^2 \exp(-2t)u(t), \quad Y(s) = \frac{2}{(s+2)^3}, \text{ Re}(s) > -2, \qquad X(s) = \frac{-2}{(s-2)^3}, \text{ Re}(s) < 2$$

7ª Questão: Determine a transformada inversa de Laplace de

$$X(s) = \frac{5s-17}{(s-1)(s-5)} \quad , \quad 1 < \text{Re}(s) < 5$$

$$X(s) = \frac{5s-17}{(s-1)(s-5)} = \frac{3}{s-1} + \frac{2}{s-5}, \quad x(t) = 3\exp(t)u(t) - 2\exp(5t)u(-t)$$

8ª Questão: Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} th(t)dt$$

sendo $h(t)$ a resposta ao impulso causal do sistema linear invariante no tempo dada por

$$h(t) = \exp(-2t)\cos(3t)u(t)$$

$$H(s) = \frac{s+2)}{s^2+4s+13}, \quad I = -\frac{d}{ds}H(s)\Big|_{s=0} = \frac{s^2+4s-5}{(s^2+4s+13)^2}\Big|_{s=0} = -\frac{5}{13^2} = -\frac{5}{169}$$

9ª Questão: Determine a transformada de Laplace $X(s)$ e o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = tG_1(t-0.5) + G_1(t-1.5) = tu(t) - tu(t-1)) + u(t-1) - u(t-2) = tu(t) - (t-1)u(t-1) - u(t-2)$$

$$X(s) = \frac{1}{s}\left(\frac{1}{s}\big(1-\exp(-s)\big) - \exp(-2s)\right) = \frac{1-\exp(-s)}{s^2} - \frac{\exp(-2s)}{s}, \quad \text{Re}(s) > 0$$

10ª Questão: Determine L_1 e C_2 e L_3 (em função de R e ω_c) para que o sistema descrito pela equação diferencial

$$(p^3 4L_1C_2L_3 + p^2 16L_1C_2R + p(2L_1 + L_3) + 4R)y = 4Rx$$

seja um filtro de Butterworth de terceira ordem, isto é, satisfaça a função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{D(\lambda)} \quad , \quad D(\lambda) = \lambda^3 + 2\lambda^2 + 2\lambda + 1 \quad , \quad \lambda = \frac{s}{\omega_c} \quad , \quad R \text{ e } \omega_c \text{ dados}$$

$$H(s) = \frac{R/(L_1C_2L_3)}{s^3 + (4R/L_3)s^2 + ((2L_1+L_3)/(4L_1C_2L_3))s + R/(L_1C_2L_3)} = \frac{\omega_c^3}{s^3 + 2\omega_c s^2 + 2\omega_c^2 s + \omega_c^3}$$

$$L_3 = \frac{2R}{\omega_c}, \quad L_1 = \frac{3R}{\omega_c}, \quad C_2 = \frac{1}{6R\omega_c}$$