1ª Questão: Determine a transformada de Fourier de

$$x(t) = \exp(t)G_2(t)$$

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(t)G_2(t)\exp(-j\omega t)dt = \frac{\exp(1-j\omega) - \exp(-1+j\omega)}{1-j\omega}$$

$$\mathcal{F}\{G_2(t)\} = 2\mathrm{Sa}(\omega), \quad \mathcal{F}\{\exp(j\omega_0 t)G_2(t)\} = 2\mathrm{Sa}(\omega-\omega_0), \quad X(\omega) = 2\mathrm{Sa}(\omega+j)$$

2ª Questão: Determine a transformada de Fourier $\mathcal{F}\{t^2\mathrm{Sa}^2(2t)\}$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}^2(2t)\} = \mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(2t)\mathrm{Sa}(2t)\} = \frac{1}{2\pi}(\frac{\pi}{2}G_4(\omega)) * (\frac{\pi}{2}G_4(\omega)) = \frac{\pi}{2}(\mathrm{Tri}_8(\omega))$$

$$\mathcal{F}\{t^2\mathrm{Sa}^2(2t)\} = j^2\frac{d^2}{d\omega^2}\frac{\pi}{2}(\mathrm{Tri}_8(\omega)) = -\frac{\pi}{2}(\frac{1}{4}\delta(\omega+4) - \frac{1}{2}\delta(\omega) + \frac{1}{4}\delta(\omega-4))$$

3ª Questão: Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt \quad , \quad x(t) = \frac{d}{dt}\mathrm{Sa}(5t)$$

$$X(\omega) = (j\omega)\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(5t)\} = (j\omega)\frac{\pi}{5}G_{10}(\omega)$$

$$I = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |X(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-5}^{+5} \frac{\pi^2}{25}\omega^2 d\omega = \frac{5\pi}{3}$$

4ª Questão: Determine a transformada inversa de Fourier do sinal $X(\omega) = \pi\mathrm{Tri}_4(\omega)$

$$\mathcal{F}\{X(t)\} = 2\pi x(-\omega) = \frac{1}{(j\omega)^2}\frac{\pi}{2}(\exp(j2\omega) - 2 + \exp(-j2\omega))$$

$$x(t) = \frac{1}{4t^2}(2 - \exp(-j2t) - \exp(j2t)) = \mathrm{Sa}^2(t)$$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}^2(\omega t/2)\} = \frac{2\pi}{\omega_0}\mathrm{Tri}_{2\omega_0}(\omega), \quad \mathcal{F}^{-1}\{\pi\mathrm{Tri}_4(\omega)\} = \mathrm{Sa}^2(t)$$

5ª Questão: a) Determine o valor máximo do intervalo T entre amostras para que o sinal $x(t)$ seja recuperado sem erro a partir do sinal amostrado $x(kT)$, sabendo que $X(\omega) = W(\omega) * W(\omega)$ e que a máxima frequência de $W(\omega)$ é 10π rad/s.

$$\omega_M = 20\pi \quad \Rightarrow \quad B = 10 \quad , \quad T < 1/20$$

b) Considere $x(t)$ um sinal limitado em frequência cuja máxima frequência é 1 rad/s. Determine a expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k\pi)\mathrm{Sa}^2(t-k\pi)$$

$$T = \pi \ , \ H(j\omega) = \frac{\pi G_2(\omega)}{P(\omega)} \quad , \quad P(\omega) = \pi\mathrm{Tri}_4(\omega)$$

6ª Questão: Determine a transformada de Laplace de

$$x(t) = \exp(t)G_2(t)$$

$$X(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(t) G_2(t) \exp(-st) dt = \frac{\exp(1-s) - \exp(s-1)}{1-s}, \quad \Omega_x = \mathbb{C}$$

$$\mathcal{L}\{G_2(t)\} = \frac{1}{s}(\exp(s) - \exp(-s)), \quad \mathcal{L}\{\exp(t)G_2(t)\} = \frac{1}{s-1}(\exp(s-1) - \exp(-s+1))$$

7$^{\underline{a}}$ Questão: Determine a transformada inversa de Laplace de

$$X(s) = \frac{3s-1}{(s-1)^2} \quad , \quad \mathrm{Re}(s) < 1$$

$$x(t) = (-2t-3)\exp(t)u(-t)$$

8$^{\underline{a}}$ Questão: Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} t h(t) dt$$

sendo $h(t)$ a resposta ao impulso causal do sistema linear invariante no tempo dado por

$$(p^2 + 5p + 6)y = (2p + 10)x$$

$$H(s) = \frac{2s+10}{s^2+5s+6}, \quad I = -\frac{d}{ds}H(s)\Big|_{s=0} = \frac{19}{18}$$

9$^{\underline{a}}$ Questão: Determine a transformada de Laplace $X(s)$ e o domínio de existência Ω_x para

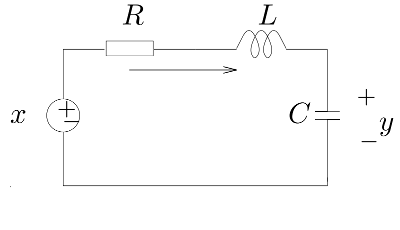
$$x(t) = 5t\exp(-t)u(t) - 3t^2\exp(2t)u(-t)$$

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t), \quad y(t) = x_2(-t) = -3t^2\exp(-2t)u(t), \quad Y(s) = -3\frac{2}{(s+2)^3}, \quad \mathrm{Re}(s) > -2$$

$$X_2(s) = Y(-s) = \frac{6}{(s-2)^3}, \quad \mathrm{Re}(s) < 2$$

$$X(s) = \frac{5}{(s+1)^2} + \frac{6}{(s-2)^3}, \quad -1 < \mathrm{Re}(s) < 2$$

10$^{\underline{a}}$ Questão: Determine L e C (em função de R e ω_c) para que o circuito abaixo



seja um filtro de Butterworth de segunda ordem, isto é, satisfaça a função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{D(\lambda)} \quad , \quad D(\lambda) = \lambda^2 + \sqrt{2}\lambda + 1 \quad , \quad \lambda = \frac{s}{\omega_c} \quad , \quad \omega_c \text{ dado}$$

$$H(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \sqrt{2}\omega_c s + \omega_c^2} = \frac{1/(LC)}{s^2 + (R/L)s + 1/(LC)}$$

$$L = \frac{R}{\sqrt{2}\omega_c}, \quad C = \frac{\sqrt{2}}{R\omega_c}$$