

Nome: .....

RA: .....

**Obs.:** Resolva as questões e justifique as respostas nas folhas de papel almaço, copiando o resultado no espaço apropriado das folhas de questões.

**1ª Questão:** Considere os sinais discretos  $x[n] = u[n] - u[n + 3]$  (sendo  $u[n]$  a função degrau) e  $y[n] = -x[-n]$ .

a) Esboce  $x[n]$ ;    b) Determine e esboce  $x[n] * y[n]$

1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (1.0)	
10) (1.0)	

**2ª Questão:** Considere o sistema  $y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\}$  descrito por

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \rho^k x[n-k] u[k+1], \quad 0 < \rho < 1$$

- a) Determine a resposta ao impulso  $h[n]$   
 b) Classifique o sistema quanto à BIBO estabilidade  
 c) Classifique quanto à causalidade

  

**3ª Questão:** a) Determine a função de transferência  $H(z)$  do sistema  $y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\}$  descrito pela equação a diferenças

$$y[n+2] + y[n] = x[n+1]$$

b) Determine a saída forçada  $y_f[n]$  do sistema para a entrada  $x[n] = 5$

4ª Questão: A sequência  $x[n]$  tem transformada Z dada por

$$X(z) = \frac{88z^2 - 24z}{(2z - 1)(4z - 1)}, \quad |z| > \frac{1}{2}$$

Determine: a)  $x[0]$

b)  $x[1]$

c)  $\sum_{k=0}^{+\infty} x[k]$

5ª Questão: Determine a sequência  $x[n]$  cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{z}{(z+1)^2} + \frac{z}{(z+1)} + \frac{z}{(z+3)^2}, \quad 1 < |z| < 3$$

6ª Questão: Para a sequência  $x[n]$  cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = \frac{z^2 - 6z + 9}{(2z - 1)(3z - 1)}, \quad |z| > 1/2$$

determine  $\sum_{k=0}^{+\infty} kx[k]$

7ª Questão: Para a sequência  $x[n]$  cuja transformada Z é dada por

$$X(z) = 2 \frac{(z+10)}{(z+2)(z-5)}, \quad |z| > 5$$

determine:

a)  $x[0]$

b)  $\lim_{k \rightarrow +\infty} x[k]$

8ª Questão: A transformada Z da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória discreta  $\mathbb{X}$  é dada por

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{-11z^2 + 84z - 136}{3(z^3 - 14z^2 + 56z - 64)}, \quad |z| < 2$$

a) Determine a probabilidade  $\Pr\{\mathbb{X} = 0\}$

b) Determine a média de  $\mathbb{X}$

9ª Questão: Considere o sinal

$$x[n] = 5 \operatorname{sen}\left(\frac{6\pi}{7}n\right) + 3 \operatorname{sen}\left(\frac{10\pi}{21}n\right)$$

a) Determine o período fundamental  $N$  de  $x[n]$

b) Determine os coeficientes  $c_k$ ,  $k = 0, \dots, N - 1$  da série exponencial de Fourier de  $x[n]$

c) Determine a potência média de  $x[n]$

10ª Questão: Considere o sinal periódico discreto  $x[n]$  dado por

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k4], \quad p[n] = 2\delta[n - 1] - 2\delta[n + 1]$$

a) Determine os coeficientes  $c_k$ ,  $k = 0, \dots, N - 1$ , da série exponencial de Fourier de  $x[n]$

b) Determine a potência média de  $x[n]$

Convolução:  $x_1[n] * x_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1[k]x_2[n-k]$  ,  $x[n] * \delta[n] = x[n]$  ,  $x[n] * \delta[n-m] = x[n-m]$

SLIT

$$\Rightarrow y[n] = x[n] * h[n] , h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\} , y[n] = z^n * h[n] = H(z)z^n , H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k} = \mathcal{Z}\{h[n]\}$$

Resp. em frequência:

$$M(\omega) \exp(j\phi(\omega)) = H(z = \exp(j\omega)) , h[n] \text{ real} , x[n] = \cos(\omega n) \Rightarrow y[n] = M(\omega) \cos(\omega n + \phi(\omega))$$

$$\mathcal{Z}\{a^n u[n]\} = \frac{z}{z-a} , |z| > |a| , \mathcal{Z}\{-a^n u[-n-1]\} = \frac{z}{z-a} , |z| < |a|$$

$$\mathcal{Z}\{na^{n-1}u[n]\} = \frac{z}{(z-a)^2} , |z| > |a| , \mathcal{Z}\{-na^{n-1}u[-n]\} = \frac{z}{(z-a)^2} , |z| < |a|$$

$$\mathcal{Z}\{x[n]\} = X(z), z \in \Omega_x \Leftrightarrow \mathcal{Z}\{x[-n]\} = X(z^{-1}), z^{-1} \in \Omega_x , \mathcal{Z}\{x_1[n] * x_2[n]\} = \mathcal{Z}\{x_1[n]\}\mathcal{Z}\{x_2[n]\}$$

$$\mathcal{Z}\{n^m x[n]\} = \left(-z \frac{d}{dz}\right)^m X(z) , \sum_{k=-\infty}^{+\infty} k^m x[k] = \mathcal{Z}\{n^m x[n]\} \Big|_{z=1} , 1 \in \Omega_x , m \in \mathbb{N}$$

$$\mathcal{Z}\{y[n] = x[n-m]u[n-m]\} = z^{-m} \mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} , m \in \mathbb{Z}_+ , \Omega_y = \Omega_x$$

$$\mathcal{Z}\{x[n+m]u[n]\} = z^m \left( \mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} - \sum_{k=0}^{m-1} x[k]z^{-k} \right) , m \in \mathbb{Z}_+$$

$$\mathcal{Z}\left\{\binom{n}{m} a^{n-m} u[n]\right\} = \frac{z}{(z-a)^{m+1}} , |z| > |a| , m \in \mathbb{N} , \mathcal{Z}\{na^n u[n]\} = \frac{az}{(z-a)^2} , |z| > |a|$$

$$\mathcal{Z}\left\{\binom{n+m}{m} a^n u[n]\right\} = (1-az^{-1})^{-(m+1)} = \frac{z^{m+1}}{(z-a)^{m+1}} , m \in \mathbb{N} , |z| > |a|$$

$$x[0] = \lim_{|z| \rightarrow +\infty} X(z) , \Omega_x \text{ exterior de um círculo} , x[+\infty] = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)X(z) , |z| > \rho , 0 < \rho \leq 1$$

$$G_{\mathbb{X}}(z) = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \mathcal{Z}\{p[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[k]z^k = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Pr\{\mathbb{X} = k\}z^k$$

$$\text{Seqüências } p[n] \text{ à direita do 0: } G_{\mathbb{X}}(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^n}{dz^n} G_{\mathbb{X}}(z) \Big|_{z=0} z^n$$

$$\mathcal{E}\{\mathbb{X}\} = \sum_k kp[k] , \sigma_{\mathbb{X}}^2 = \mathcal{E}\{\mathbb{X}^2\} - \mathcal{E}\{\mathbb{X}\}^2 , \mathcal{E}\{\mathbb{X}^m\} = \left(\frac{zd}{dz}\right)^m \mathcal{Z}\{p[n]\} \Big|_{z=1}$$

$$\mathbb{X}, \mathbb{Y} \text{ var. aleatórias independentes} \Rightarrow \mathcal{E}\{z^{(\mathbb{X}+\mathbb{Y})}\} = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\}\mathcal{E}\{z^{\mathbb{Y}}\}$$

$$x[n] = \exp(j\beta n) \text{ periódica} \Leftrightarrow \beta = 2\pi \frac{p}{q} , p, q \in \mathbb{Z}$$

$$x[n] = \sum_{k \in \bar{N}} c_k \exp\left(jk \frac{2\pi}{N} n\right) , c_k = \frac{1}{N} \sum_{n \in \bar{N}} x[n] \exp\left(-jk \frac{2\pi}{N} n\right) , \bar{N} \text{ conj. de } N \text{ inteiros consecutivos}$$

$$\frac{1}{N} \sum_{n \in \bar{N}} |x[n]|^2 = \sum_{k \in \bar{N}} |c_k|^2$$