1ª Questão: Determine a transformada de Fourier de

$$x(t) = \frac{1}{1+(t/2)^2}$$

$$x(t) = \frac{4}{4+t^2}, \ \mathcal{F}\{\exp(-2|t|)\} = \frac{4}{4+\omega^2}, \ \mathcal{F}\left\{\frac{4}{4+t^2}\right\} = 2\pi\exp(-2|\omega|)$$

2ª Questão: Determine a transformada de Fourier $\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}^2(t)\}$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}^2(t)\} = \mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(t)\mathrm{Sa}(t)\} = \frac{1}{2\pi}(\pi G_2(\omega)) * (\pi G_2(\omega)) = \frac{\pi}{2}(2\mathrm{Tri}_4(\omega)) = \pi\mathrm{Tri}_4(\omega)$$

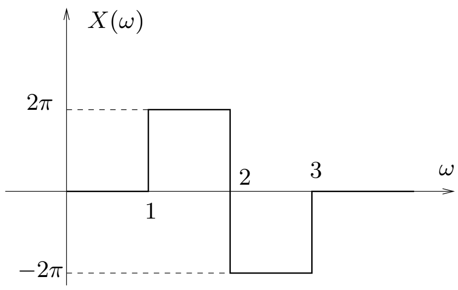
3ª Questão: Determine $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} |\dot{x}(t)|^2 dt$ sabendo que

$$X(\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\} = j\omega G_2(\omega-1)$$

$$\mathcal{F}\{\dot{x}(t)\} = (j\omega)j\omega G_2(\omega-1) = -\omega^2 G_2(\omega-1)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\dot{x}(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{F}\{\dot{x}(t)\}|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_0^2 \omega^4 d\omega = \frac{16}{5\pi}$$

4ª Questão: Determine a transformada inversa de Fourier do sinal mostrado na figura abaixo.



$$\mathcal{F}\{X(t)\} = 2\pi x(-\omega)$$

$$2\pi x(-\omega) = \frac{2\pi}{j\omega}(\exp(-j\omega) - 2\exp(-j2\omega) + \exp(-j3\omega)) = 2\pi\mathrm{Sa}(\omega/2)(\exp(-j1.5\omega) - \exp(-j2.5\omega))$$

$$x(t) = \frac{-1}{jt}(\exp(jt) - 2\exp(j2t) + \exp(j3t)) = \mathrm{Sa}(t/2)(\exp(j1.5t) - \exp(j2.5t))$$

5ª Questão: Sabendo que a transformada de Fourier do sinal $x(t)$ é tal que $X(\omega) = 0$ para $|\omega| \geq \pi/5$, determine:

a) O máximo valor do intervalo de amostragem $T > 0$ para que o sinal possa ser recuperado sem distorção a partir de suas amostras.

b) A expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de $x_a(t)$ dado por

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)p(t-k4), \quad p(t) = tG_1(t-0.5)$$

$$2\pi B = \frac{\pi}{5},\ B = \frac{1}{10},\ T < 5$$

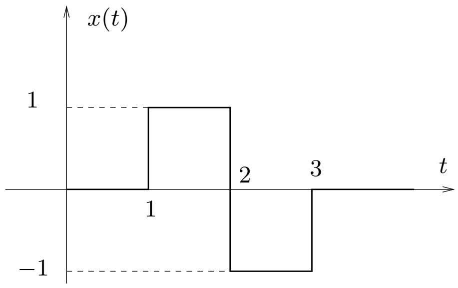
$$T = 4, \omega_0 = \frac{\pi}{2}, \text{filtro} = \frac{4G_{\pi/2}(\omega)}{P(\omega)}, P(\omega) = \frac{\exp(-j\omega) - 1}{\omega^2} - \frac{\exp(-j\omega)}{j\omega}$$

ou, alternativamente,

$$p(t) = (t - 0.5)G_1(t - 0.5) + 0.5G_1(t - 0.5)$$

$$P(\omega) = \left(j\left(\frac{\cos(\omega/2)}{\omega} - \frac{\text{Sa}(\omega/2)}{\omega}\right) + 0.5\text{Sa}(\omega/2)\right)\exp(-j0.5\omega)$$

6ª Questão: Determine a transformada de Laplace do sinal mostrado na figura abaixo.



$$x(t) = u(t-1) - 2u(t-2) + u(t-3), \quad X(s) = \frac{1}{s}\Big(\exp(-s) - 2\exp(-2s) + \exp(-3s)\Big),\ \text{Re}(s) > 0$$

7ª Questão: Determine a função $x(t)$ cuja transformada de Laplace é dada por

$$X(s) = \frac{-s^2 + 5s + 9}{(s+2)^2(s+1)}, \quad -2 < \text{Re}(s) < -1$$

$$X(s) = \frac{-s^2 + 5s + 9}{(s+2)^2(s+1)} = \frac{5}{(s+2)^2} + \frac{-4}{(s+2)} + \frac{3}{(s+1)}, \quad x(t) = (5t-4)\exp(-2t)u(t) - 3\exp(-t)u(-t)$$

8ª Questão: Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} th(t)dt$$

sendo $h(t)$ a resposta ao impulso causal do sistema linear invariante no tempo $D(p)y = N(p)x$ dado por

$$\begin{bmatrix}\dot{v}_1 \\ \dot{v}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_1 \\ v_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 \\ 1\end{bmatrix}x, \quad y = \begin{bmatrix}10 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_1 \\ v_2\end{bmatrix}$$

$$H(s) = c(s\text{I} - A)^{-1}b = \frac{4s + 10}{s^2 + 5s + 6}, I = -\frac{d}{ds}H(s)\Big|_{s=0} = \frac{13}{18}$$

9ª Questão: Determine a transformada de Laplace $X(s)$ e o domínio de existência Ω_x para

$$x(t) = t^2\exp(-2t)u(-t)$$

$$y(t) = x(-t) = t^2 \exp(2t)u(t), \quad Y(s) = \frac{2}{(s-2)^3}, \quad \mathrm{Re}(s) > 2$$

$$X(s) = Y(-s) = \frac{2}{(-s-2)^3} = \frac{-2}{(s+2)^3}, \quad \mathrm{Re}(s) < -2$$

10ª Questão: Determine L e C (em função de R e ω_c) para que o sistema

$$(p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC})y = \frac{1}{LC}x$$

seja um filtro de Butterworth de segunda ordem, isto é, satisfaça a função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{D(\lambda)} \quad , \quad D(\lambda) = \lambda^2 + \sqrt{2}\lambda + 1 \quad , \quad \lambda = \frac{s}{\omega_c} \quad , \quad \omega_c \text{ dado}$$

$$H(s) = \frac{\omega_c^2}{s^2 + \sqrt{2}\omega_c s + \omega_c^2} = \frac{1/(LC)}{s^2 + (R/L)s + 1/(LC)}$$

$$L = \frac{R}{\sqrt{2}\omega_c}, \quad C = \frac{\sqrt{2}}{R\omega_c}$$