

Nome:

RA:

Obs.: Resolva as questões e justifique as respostas nas folhas de papel almaço, copiando o resultado no espaço apropriado das folhas de questões.

1ª Questão: Determine e esboce $x[n] = x_1[n] * x_2[n]$ para

$$x_1[n] = \delta[n + 2] - 2\delta[n + 1], \quad x_2[n] = \delta[n - 1] - 2\delta[n - 2]$$

sendo $\delta[n]$ a função impulso.

1) (1.0)	
2) (1.0)	
3) (1.0)	
4) (1.0)	
5) (1.0)	
6) (1.0)	
7) (1.0)	
8) (1.0)	
9) (1.0)	
10) (1.0)	

2ª Questão: Classifique o sistema abaixo quanto à linearidade, invariância no tempo, causalidade e BIBO estabilidade.

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n+10} k^2 x[k - 10] u[k - 10]$$

3ª Questão: a) Determine a função de transferência $H(z)$ do sistema $y[n] = \mathcal{G}\{x[n]\}$ descrito pela equação a diferenças

$$y[n + 1] + 5y[n] = x[n + 1]$$

b) Determine a saída forçada $y_f[n]$ do sistema para a entrada $x[n] = 5^{n+1}$

4ª Questão: A sequência $x[n]$ tem transformada Z dada por

$$X(z) = \frac{5(21z^2 - 5z)}{(5z - 1)(3z - 1)}, \quad |z| > \frac{1}{3}$$

Determine: a) $x[0]$

b) $x[1]$

5ª Questão: Determine a sequência cuja transformada Z é dada por

$$\frac{z^2 - 19z}{(z + 2)(z - 5)}$$

para

a) $|z| < 2$

b) $|z| > 5$

c) $2 < |z| < 5$

6ª Questão: Determine a transformada Z da convolução de $x[n] = \rho^{n+1}u[n]$ com $y[n] = nx[n]$

7ª Questão: Considere a sequência $x[n] = 5(-2)^{-n}u[n]$. Determine

a) $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]$

b) $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} kx[k]$

8ª Questão: A transformada Z da distribuição de probabilidade de uma variável aleatória discreta \mathbb{X} é dada por

$$\mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \sum_k z^k \Pr\{\mathbb{X} = k\} = \frac{8}{z^2 - 8z + 15}, \quad |z| < 3$$

a) Determine a média de \mathbb{X}

b) Determine as probabilidades: $\Pr\{\mathbb{X} = 0\}$

, $\Pr\{\mathbb{X} = 1\}$

9ª Questão: Considere o sinal

$$x[n] = \cos\left(\frac{3\pi}{4}n\right) + 5 \operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{3}n\right)$$

a) Determine o período fundamental N de $x[n]$

b) Determine os coeficientes c_k , $k = 0, \dots, N - 1$ da série exponencial de Fourier de $x[n]$

c) Determine a potência média de $x[n]$

10ª Questão: Considere o sinal periódico discreto $x[n]$ dado por

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[n - k6], \quad p[n] = \delta[n + 1] + 2\delta[n] + 3\delta[n - 1]$$

a) Determine o coeficiente c_0 da série exponencial de Fourier de $x[n]$

b) Determine a potência média de $x[n]$

$$\text{Convolução: } x_1[n] * x_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1[k]x_2[n-k] \quad , \quad x[n] * \delta[n] = x[n] \quad , \quad x[n] * \delta[n-m] = x[n-m]$$

SLIT

$$\Rightarrow y[n] = x[n] * h[n] \quad , \quad h[n] = \mathcal{G}\{\delta[n]\} \quad , \quad y[n] = z^n * h[n] = H(z)z^n \quad , \quad H(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]z^{-k} = \mathcal{Z}\{h[n]\}$$

Resp. em frequência:

$$M(\omega) \exp(j\phi(\omega)) = H(z = \exp(j\omega)) \quad , \quad h[n] \text{ real} \quad , \quad x[n] = \cos(\omega n) \Rightarrow y[n] = M(\omega) \cos(\omega n + \phi(\omega))$$

$$\mathcal{Z}\{a^n u[n]\} = \frac{z}{z-a} \quad , \quad |z| > |a| \quad , \quad \mathcal{Z}\{-a^n u[-n-1]\} = \frac{z}{z-a} \quad , \quad |z| < |a|$$

$$\mathcal{Z}\{na^{n-1}u[n]\} = \frac{z}{(z-a)^2} \quad , \quad |z| > |a| \quad , \quad \mathcal{Z}\{-na^{n-1}u[-n]\} = \frac{z}{(z-a)^2} \quad , \quad |z| < |a|$$

$$\mathcal{Z}\{x[n]\} = X(z) \quad , \quad z \in \Omega_x \Leftrightarrow \mathcal{Z}\{x[-n]\} = X(z^{-1}) \quad , \quad z^{-1} \in \Omega_x \quad , \quad \mathcal{Z}\{x_1[n] * x_2[n]\} = \mathcal{Z}\{x_1[n]\}\mathcal{Z}\{x_2[n]\}$$

$$\mathcal{Z}\{n^m x[n]\} = \left(-z \frac{d}{dz}\right)^m X(z) \quad , \quad \sum_{k=-\infty}^{+\infty} k^m x[k] = \mathcal{Z}\{n^m x[n]\} \Big|_{z=1} \quad , \quad 1 \in \Omega_x \quad , \quad m \in \mathbb{N}$$

$$\mathcal{Z}\{y[n] = x[n-m]u[n-m]\} = z^{-m} \mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} \quad , \quad m \in \mathbb{Z}_+ \quad , \quad \Omega_y = \Omega_x$$

$$\mathcal{Z}\{x[n+m]u[n]\} = z^m \left(\mathcal{Z}\{x[n]u[n]\} - \sum_{k=0}^{m-1} x[k]z^{-k} \right) \quad , \quad m \in \mathbb{Z}_+$$

$$\mathcal{Z}\left\{\binom{n}{m} a^{n-m} u[n]\right\} = \frac{z}{(z-a)^{m+1}} \quad , \quad |z| > |a| \quad , \quad m \in \mathbb{N} \quad , \quad \mathcal{Z}\{na^n u[n]\} = \frac{az}{(z-a)^2} \quad , \quad |z| > |a|$$

$$\mathcal{Z}\left\{\binom{n+m}{m} a^n u[n]\right\} = (1-az^{-1})^{-(m+1)} = \frac{z^{m+1}}{(z-a)^{m+1}} \quad , \quad m \in \mathbb{N} \quad , \quad |z| > |a|$$

$$x[0] = \lim_{|z| \rightarrow +\infty} X(z) \quad , \quad \Omega_x \text{ exterior de um círculo} \quad , \quad x[+\infty] = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)X(z) \quad , \quad |z| > \rho \quad , \quad 0 < \rho \leq 1$$

$$G_{\mathbb{X}}(z) = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\} = \mathcal{Z}\{p[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p[k]z^k = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Pr\{\mathbb{X} = k\}z^k$$

$$\text{Seqüências } p[n] \text{ à direita do 0: } \quad G_{\mathbb{X}}(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^n}{dz^n} G_{\mathbb{X}}(z) \Big|_{z=0} z^n$$

$$\mathcal{E}\{\mathbb{X}\} = \sum_k kp[k] \quad , \quad \sigma_{\mathbb{X}}^2 = \mathcal{E}\{\mathbb{X}^2\} - \mathcal{E}\{\mathbb{X}\}^2 \quad , \quad \mathcal{E}\{\mathbb{X}^m\} = \left(\frac{zd}{dz}\right)^m \mathcal{Z}\{p[n]\} \Big|_{z=1}$$

$$\mathbb{X}, \mathbb{Y} \text{ var. aleatórias independentes} \Rightarrow \mathcal{E}\{z^{(\mathbb{X}+\mathbb{Y})}\} = \mathcal{E}\{z^{\mathbb{X}}\}\mathcal{E}\{z^{\mathbb{Y}}\}$$

$$x[n] = \exp(j\beta n) \text{ periódica} \Leftrightarrow \beta = 2\pi \frac{p}{q} \quad , \quad p, q \in \mathbb{Z}$$

$$x[n] = \sum_{k \in \bar{N}} c_k \exp\left(jk \frac{2\pi}{N} n\right) \quad , \quad c_k = \frac{1}{N} \sum_{n \in \bar{N}} x[n] \exp\left(-jk \frac{2\pi}{N} n\right) \quad , \quad \bar{N} \text{ conj. de } N \text{ inteiros consecutivos}$$

$$\frac{1}{N} \sum_{n \in \bar{N}} |x[n]|^2 = \sum_{k \in \bar{N}} |c_k|^2$$