**1ª Questão:** Determine a transformada de Fourier de

$$x(t) = \frac{\exp(j2t)}{1 + (t/2)^2}$$

$$x(t) = \frac{4\exp(j2t)}{4 + t^2}, \ \mathcal{F}\{\exp(-2|t|)\} = \frac{4}{4 + \omega^2}, \ \mathcal{F}\left\{\frac{4}{4 + t^2}\right\} = 2\pi\exp(-2|\omega|)$$

$$\mathcal{F}\left\{\frac{4\exp(j2t)}{4 + t^2}\right\} = 2\pi\exp(-2|\omega - 2|)$$

**2ª Questão:** Determine a transformada de Fourier

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(t)\mathrm{Sa}(2t)\}$$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(t)\mathrm{Sa}(2t)\} = \frac{1}{2\pi}(\pi G_2(\omega)) * (\pi G_4(\omega)) = \frac{\pi}{4}\Big((\omega + 3)G_2(\omega + 2) + 2G_2(\omega) + (3 - \omega)G_2(\omega - 2)\Big)$$

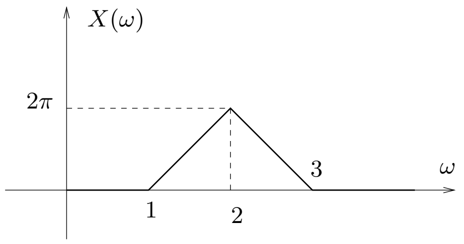
**3ª Questão:** Determine $\int_{-\infty}^{+\infty} |\dot{x}(t)|^2 dt$ sabendo que

$$X(\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\} = j\omega G_2(\omega + 1) - j\omega G_2(\omega - 1)$$

$$\mathcal{F}\{\dot{x}(t)\} = (j\omega)X(\omega) = -\omega^2 G_2(\omega + 1) + \omega^2 G_2(\omega - 1)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\dot{x}(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |\mathcal{F}\{\dot{x}(t)\}|^2 d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-2}^{2} \omega^4 d\omega = \frac{32}{5\pi}$$

**4ª Questão:** Determine a transformada inversa de Fourier do sinal mostrado na figura abaixo.




$$\mathcal{F}\{X(t)\} = 2\pi x(-\omega)$$

$$2\pi x(-\omega) = \frac{2\pi}{-\omega^2}\left(\exp(-j\omega) - 2\exp(-j2\omega) + \exp(-j3\omega)\right)$$

$$x(t) = \frac{-1}{t^2}\left(\exp(jt) - 2\exp(j2t) + \exp(j3t)\right)$$

**5ª Questão:** Sabendo que a transformada de Fourier do sinal $x(t)$ é tal que $X(\omega) = 0$ para $|\omega| \geq 0.5$, determine:

a) O máximo valor do intervalo de amostragem $T > 0$ para que o sinal possa ser recuperado sem distorção a partir de suas amostras.

b) A expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de $x_a(t)$ dado por

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)p(t-k), \quad p(t) = (0.5-t)G_1(t)$$

$$2\pi B = 0.5,\ B = \frac{1}{4\pi},\ T < 2\pi$$

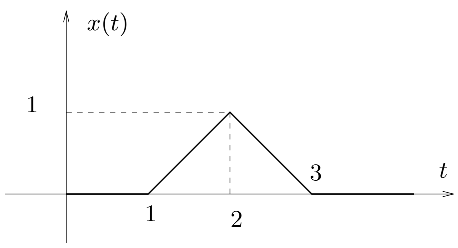
$$T = 1, \omega_0 = 2\pi, \text{filtro} = \frac{G_{2\pi}(\omega)}{P(\omega)}, P(\omega) = \frac{\exp(j\omega/2) - \exp(-j\omega/2)}{\omega^2} + \frac{\exp(j\omega/2)}{j\omega}$$

ou, alternativamente,

$$p(t) = -tG_1(t) + 0.5G_1(t)$$

$$P(\omega) = -(j/2)\frac{\cos(\omega/2)}{(\omega/2)} + (j/2)\frac{\text{sen}(\omega/2)}{(\omega/2)^2} + 0.5\text{Sa}(\omega/2) = -j\frac{\cos(\omega/2)}{\omega} + j\frac{\text{Sa}(\omega/2)}{\omega} + 0.5\text{Sa}(\omega/2)$$

**6ª Questão:** Determine a transformada de Laplace do sinal mostrado na figura abaixo.




$$x(t) = (t-1)\big(u(t-1)-u(t-2)\big)+(3-t)\big(u(t-2)-u(t-3)\big) = (t-1)u(t-1)-2(t-2)u(t-2)+(t-3)u(t-3)$$

$$X(s) = \frac{1}{s^2}\Big(\exp(-s) - 2\exp(-2s) + \exp(-3s)\Big)$$

**7ª Questão:** Determine a função $x(t)$ cuja transformada de Laplace é dada por

$$X(s) = \frac{s^2 - 7s + 9}{(s-1)^2(s+2)}, \quad -2 < \text{Re}(s) < 1$$

$$X(s) = \frac{-s^2 + 5s + 9}{(s+2)^2(s+1)} = \frac{1}{(s-1)^2} + \frac{-2}{(s-1)} + \frac{3}{(s+2)}, \quad x(t) = (2-t)\exp(t)u(-t) + 3\exp(-2t)u(t)$$

**8ª Questão:** Determine o valor da integral

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} th(t)dt$$

sendo $h(t)$ a resposta ao impulso causal do sistema linear invariante no tempo dado por

$$\begin{bmatrix}\dot{v}_1\\ \dot{v}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -10 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_1\\ v_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}x, \quad y = \begin{bmatrix}-4 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_1\\ v_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1\end{bmatrix}x$$

$$H(s) = c(s\text{I} - A)^{-1}b + d = \frac{s^2+5s+6}{s^2+2s+10}, I = -\frac{d}{ds}H(s)\Big|_{s=0} = -\frac{38}{100} = -\frac{19}{50}$$

**9ª Questão:** Determine a transformada de Laplace $X(s)$ e o domínio de existência $\Omega_x$ para

$$x(t) = t^3 \exp(-3t)u(-t)$$

$$y(t) = x(-t) = -t^3 \exp(3t)u(t), \quad Y(s) = \frac{-6}{(s-3)^4}, \ \mathrm{Re}(s) > 3$$

$$X(s) = Y(-s) = \frac{-6}{(-s-3)^4} = \frac{-6}{(s+3)^4}, \ \mathrm{Re}(s) < -3$$

**10ª Questão:** Determine $L_1$ e $C_2$ e $L_3$ (em função de $R$ e $\omega_c$) para que o sistema descrito pela equação diferencial

$$(p^3 L_1 C_2 L_3 + p^2 L_1 C_2 R + p(L_1 + L_3) + R)y = Rx$$

seja um filtro de Butterworth de terceira ordem, isto é, satisfaça a função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{D(\lambda)} \quad , \quad D(\lambda) = \lambda^3 + 2\lambda^2 + 2\lambda + 1 \quad , \quad \lambda = \frac{s}{\omega_c} \quad , \quad R \text{ e } \omega_c \text{ dados}$$

$$H(s) = \frac{R/(L_1C_2L_3)}{s^3 + (R/L_3)s^2 + (L_1 + L_3)/(L_1C_2L_3)s + R/(L_1C_2L_3)} = \frac{\omega_c^3}{s^3 + 2\omega_c s^2 + 2\omega_c^2 s + \omega_c^3}$$

$$L_3 = \frac{R}{2\omega_c}, \quad L_1 = \frac{3R}{2\omega_c}, \quad C_2 = \frac{4}{3R\omega_c}$$