**Nome:** ........................................................ **RA:** ................

**Obs.: Resolva as questões nas folhas de papel almaço e copie o resultado no espaço apropriado. Use três algarismos significativos. Números complexos devem ser representados na forma polar, com ângulo em radianos.**

| | |
|---|---|
| 1) (1.0) | |
| 2) (1.0) | |
| 3) (1.0) | |
| 4) (1.0) | |
| 5) (1.0) | |
| 6) (1.0) | |
| 7) (1.0) | |
| 8) (1.0) | |
| 9) (1.0) | |
| 10) (1.0) | |

**1ª Questão:** Determine $\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$, sendo $x(t)$ a transformada inversa de Fourier de

$$X(\omega) = j\omega G_2(\omega - 1)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{4}{3\pi} \approx 0.424$$

**2ª Questão:** Determine a transformada de Fourier de

$$x(t) = \frac{t}{t^2 + 4}$$

$$X(\omega) = j\pi\Big(\exp(2\omega)u(-\omega) - \exp(-2\omega)u(\omega)\Big)$$

**3ª Questão:** Determine o valor da integral

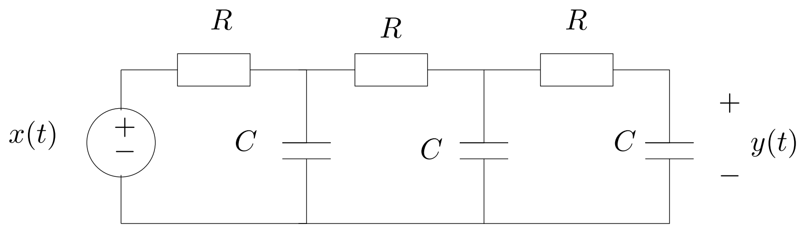
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{Sa}^3(\frac{\pi}{3}t)dt = \frac{9}{4} = 2.25$$

**4ª Questão:** Determine a transformada inversa de Fourier de

$$X(\omega) = (\omega + 1)G_1(\omega + 0.5) + (\omega - 1)G_1(\omega - 0.5)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\Big(\frac{\exp(jt) - \exp(-jt)}{t^2} + \frac{2}{jt}\Big) = \frac{1}{\pi}\Big(\frac{1 - \mathrm{Sa}(t)}{jt}\Big)$$

**5ª Questão:** Considere a função $x(t) = 100\cos^2(3t)$ como entrada da associação em cascata de três circuitos $RC$ mostrada na figura abaixo




Determine o valor máximo do intervalo $T$ entre amostras para que a saída do circuito $y(t)$ seja recuperada sem erro a partir do sinal amostrado $y(kT)$.

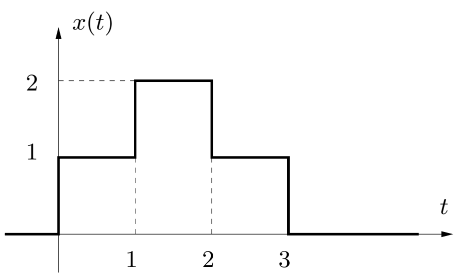
$$x(t) = 50 + 50\cos(6t) \quad \Rightarrow \quad T < \frac{\pi}{6} \approx 0.524$$

**6ª Questão:** Sabendo que a transformada de Fourier do sinal $x(t)$ é tal que $X(\omega) = 0$ para $|\omega| \geq \pi/3$, determine a expressão da transformada de Fourier do filtro que recupera o sinal $x(t)$ sem distorção a partir de $x_a(t)$ dado por

$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)\exp(-|t-k|)$$

$$T = 1 \ , \ X(\omega) = \frac{G_{2\pi}(\omega)}{P(\omega)} X_a(\omega) \quad , \quad P(\omega) = \mathcal{F}\{\exp(-|t|)\} = \frac{2}{1+\omega^2}$$

**7ª Questão:** Determine a transformada de Laplace do sinal $x(t)$ mostrado na figura abaixo.




$$x(t) = u(t) + u(t-1) - u(t-2) - u(t-3)$$

$$\Rightarrow \quad X(s) = \frac{1}{s}\Big(1 + \exp(-s) - \exp(-2s) - \exp(-3s)\Big) \quad , \quad \Omega_x = \mathrm{Re}(s) > 0$$

**8ª Questão:** Determine o valor da integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 h(t) dt$$

sendo $h(t)$ a resposta ao impulso causal do sistema linear invariante no tempo dado por $(2p+1)y = x$

$$= 8$$

**9ª Questão:** Determine a transformada de Laplace $X(s)$ e o domínio de existência $\Omega_x$ para

$$x(t) = (2t+1)\exp(-2t)u(-t)$$

$$X(s) = -\frac{1}{s+2} - 2\frac{1}{(s+2)^2} = -\frac{(s+4)}{(s+2)^2} \quad , \quad \text{Re}(s) < -2$$

**10ª Questão:** Determine $\alpha_0$, $\alpha_1$ e $\beta$ para que o sistema

$$(p^2 + \alpha_1 p + \alpha_0)y = \beta^2 x$$

seja um filtro de Butterworth de segunda ordem, isto é, satisfaça a função de transferência

$$H(s) = \frac{1}{D(\lambda)} \quad , \quad D(\lambda) = \lambda^2 + \sqrt{2}\lambda + 1 \quad , \quad \lambda = \frac{s}{\omega_c} \quad , \quad \omega_c \text{ dado}$$

$$\beta = \omega_c \ , \ \alpha_1 = \sqrt{2}\omega_c \ , \ \alpha_0 = \omega_c^2$$

**Consulta**

$$G_T(t) = u(t+T/2) - u(t-T/2)\ , \quad \mathrm{Tri}_{2T}(t) = \frac{1}{T} G_T(t) * G_T(t)\ , \quad x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\beta) y(t-\beta) d\beta$$

$$X(\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \exp(-j\omega t) dt\ , \qquad x(t) = \mathcal{F}^{-1}\{X(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \exp(j\omega t) d\omega$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\, x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |\, X(\omega)|^2 d\omega\ , \qquad \mathcal{F}\{x(t)\} = X(\omega) \ \Leftrightarrow\ \mathcal{F}\{X(t)\} = 2\pi x(-\omega)$$

$$\mathcal{F}\{G_T(t)\} = T\mathrm{Sa}(\omega T/2)\ , \quad \mathrm{Sa}(x) = \frac{\mathrm{sen}(x)}{x}\ , \quad \mathcal{F}\{\mathrm{Sa}(\omega_0 t/2)\} = \frac{2\pi}{\omega_0} G_{\omega_0}(\omega)\ , \quad \mathcal{F}\{x(-t)\} = X(-\omega)$$

$$\mathcal{F}\{\delta(t)\} = 1,\ \mathcal{F}\{1\} = 2\pi\delta(\omega),\ \mathcal{F}\{u(t)\} = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega},\ \mathcal{F}\Big\{\mathcal{I}_x(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\beta) d\beta\Big\} = X(\omega)\Big(\pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}\Big)$$

$$\mathcal{F}\{\mathrm{sinal}(t)\} = \frac{2}{j\omega},\ \mathcal{F}\{\delta(t-a)\} = \exp(-j\omega a),\ \mathcal{F}\{x(t)\exp(j\omega_0 t)\} = X(\omega-\omega_0),\ \mathcal{F}\{x(t)*y(t)\} = X(\omega)Y(\omega)$$

$$\mathcal{F}\Big\{\frac{d}{dt} x(t)\Big\} = (j\omega) X(\omega)\ , \qquad \mathcal{F}\{x(t)y(t)\} = \frac{1}{2\pi} X(\omega) * Y(\omega)\ , \quad \mathcal{F}\{t^m x(t)\} = j^m \frac{d^m}{d\omega^m} X(\omega)$$

$$H(s) = \mathcal{L}\{h(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \exp(-st) dt\ , \quad s \in \Omega_h\ , \quad \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) dt = X(s)\Big|_{s=0, 0\in\Omega_x}$$

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1,\ s \in \mathbb{C}\ , \quad \mathcal{L}\{x(t) = x_1(t) * x_2(t)\} = \mathcal{L}\{x_1(t)\}\mathcal{L}\{x_2(t)\}\ , \quad \Omega_x = \Omega_{x_1} \cap \Omega_{x_2}$$

$$\mathcal{L}\{y(t) = x(t-\tau)\} = X(s)\exp(-s\tau)\ , \quad \Omega_y = \Omega_x\ , \quad \mathcal{L}\{\exp(-at)u(t)\} = \frac{1}{s+a}\ , \quad \mathrm{Re}(s+a) > 0$$

$$\mathcal{L}\{\cos(\beta t)u(t)\} = \frac{s}{s^2+\beta^2}\ , \ \mathrm{Re}(s) > 0\ , \quad \mathcal{L}\{\mathrm{sen}(\beta t)u(t)\} = \frac{\beta}{s^2+\beta^2}\ , \ \mathrm{Re}(s) > 0$$

$$\mathcal{L}\Big\{y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\beta)u(\beta) d\beta\Big\} = \frac{1}{s}\mathcal{L}\{x(t)\}\ , \quad \Omega_y \supset \Omega_x \cap \{s \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}(s) > 0\}$$

$$\mathcal{L}\Big\{\frac{t^m}{m!} u(t)\Big\} = \frac{1}{s^{m+1}}\ , \ \mathrm{Re}(s) > 0\ , \ m \in \mathbb{N}\ , \quad \mathcal{L}\{x(-t)\} = X(-s)\ , \quad -s \in \Omega_x$$

$$\mathcal{L}\{y(t) = \exp(-at)x(t)\} = X(s+a)\ ; \quad \Omega_y = (s+a) \in \Omega_x$$

$$\mathcal{L}\{y(t) = t^m x(t)\} = (-1)^m \frac{d^m X(s)}{ds^m}\ , \quad \Omega_y = \Omega_x\ , \ m \in \mathbb{N}\ , \quad \mathcal{L}\{\dot{x}(t)\} = sX(s)\ , \quad \Omega_{\dot{x}} \supset \Omega_x$$